TRAITÉ

MÉTHODIQUE ET RAISONNÉ

D'ARITHMÉTIQUE

COMMERCIALE.

DE L'IMPRIMERIE DE FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS.

TRAITÉ
MÉTHODIQUE ET RAISONNÉ
D'ARITHMÉTIQUE
COMMERCIALE,

A L'USAGE DES JEUNES GENS QUI SE DESTINENT AU COMMERCE ET A LA BANQUE.

OUVRAGE ÉLÉMENTAIRE,

TERMINÉ

1° Par une instruction sur les monnaies, et l'application des règles d'alliage de la deuxième espèce au commerce des matières d'or et d'argent;

2° Par un tableau A indiquant la valeur *réelle* des monnaies étrangères d'or et d'argent, c'est-à-dire leur valeur en monnaies françaises, déduction faite des frais de fabrication et d'affinage;

3° Par un tableau B indiquant également la valeur *réelle* du kilogramme des matières d'or et d'argent d'après leur titre.

PAR J.-B. JUVIGNY.

A PARIS,

Chez
FIRMIN DIDOT, PÈRE et FILS, rue Jacob, n° 24.
BOSSANGE, PÈRE et FILS, rue de Tournon, n° 6.
RENARD, rue Sainte-Anne, n° 71.
L'AUTEUR, rue de Richelieu, n° 78.

1820.

A Monsieur Jacques Laffitte,

Chevalier de la Légion d'Honneur,

Régent de la Banque, et Membre

de la Chambre des Députés.

Monsieur,

C'est particulièrement à un homme qui, par la supériorité de ses connaissances, s'est placé au premier rang dans le monde commerçant, qu'il appartient d'apprécier l'utilité d'un ouvrage dont l'unique objet est de rendre plus simple et plus facile la solution des problèmes les plus épineux de l'Arithmétique commerciale. L'hommage que vous voulez bien accepter du mien, je le regarde tout-à-la-fois comme un préjugé favorable à son succès, et comme une flatteuse récompense d'un long et pénible travail dans lequel je n'ai été soutenu que par l'idée d'en épargner un jour aux autres. Si le public vient à confirmer un peu plus tard votre suffrage, tous mes vœux seront remplis.

Agréez, Monsieur, l'assurance de la considération bien distinguée avec laquelle j'ai l'honneur d'être,

Votre dévoué serviteur
et affectionné compatriote,

J.-B. JUVIGNY.

PRÉFACE.

L'OUVRAGE que je publie aujourd'hui est composé depuis environ quatorze ans. La plupart de ceux que j'avais pu me procurer jusqu'alors sur les calculs commerciaux m'ayant paru laisser beaucoup à désirer, sous le rapport du plan et de l'exécution, je n'avais songé d'abord qu'à rédiger de simples notes, destinées à me rendre plus faciles les différentes opérations de banque dont je me suis occupé par état pendant une partie de ma vie. Je trouvais que plusieurs de ces ouvrages, quoique estimables à plusieurs égards, étaient trop ou trop peu scientifiques; que les uns passaient sous silence des choses très-essentielles, tandis que les autres, au contraire, en contenaient de très-peu nécessaires, et souvent inutiles. Une longue pratique dans la partie commerciale m'ayant donné lieu d'augmenter mes remarques, et de résoudre des difficultés qui n'avaient pas été prévues, je me déterminai un peu plus tard à composer de l'ensemble de mes matériaux un tout homogène, dans la vue d'épargner un jour, à ceux qui suivraient la même carrière, une partie des recherches auxquelles j'avais été obligé de me livrer moi-même. Je n'avais plus qu'à revoir mon travail, lorsque des circonstances particulières et des motifs d'intérêt personnel me forcèrent de renoncer alors à ce projet.

Aujourd'hui que le système d'éducation se perfectionne tous les jours, et qu'on étend aux écoles de commerce le mode d'enseignement mutuel, j'ai pensé que la publication d'un ouvrage où je démontre les principes de l'arithmétique, en même temps que je les applique à toutes les opérations commerciales, pourrait être d'un intérêt général. J'ai, en conséquence, mis la dernière main à mon travail, après y avoir fait toutefois les divers changements que le temps a rendus nécessaires. C'est une partie de ce travail que je livre aujourd'hui à l'impression, et si elle reçoit du public un accueil favorable, je ne tarderai pas à faire paraître la suite.

Au reste je me crois obligé de faire observer ici que l'on se tromperait étrangement si, d'après ce qui précède, on jugeait que j'ai voulu imiter ces auteurs qui pensent qu'on doit lire l'éloge de leurs écrits dans la critique qu'ils font de ceux des autres. En parlant des

défauts que j'ai cru remarquer dans certains ouvrages, mon intention est seulement de signaler les écueils que j'ai cherché à éviter, sans prétendre pour cela que je ne sois pas tombé de Carybde en Scylla.

Je n'ai parlé dans ce traité ni des progressions, ni de la formation des puissances, ni de l'extraction des racines, etc., attendu que ces connaissances n'ont pas d'application dans le commerce. Mais en revanche je me suis étendu sur les fractions, parce qu'elles sont l'ame du calcul en général, et que dès qu'on les a parfaitement comprises, on a fait un grand pas dans l'arithmétique. C'est à la théorie des fractions de fractions, comme je le prouve, page 60, qu'il faut ramener celle des *changes étrangers*, des *arbitrages de banque*, et en général celle de la comparaison des mesures, des poids, et d'une infinité d'autres quantités.

L'évaluation des fractions est encore on ne peut pas plus essentielle; elle sert à faciliter les moyens de calculer de tête, chose si nécessaire dans une infinité de cas, et indispensable dans les négociations en banque. Cette aptitude à obtenir ainsi des résultats sans le secours de la plume est, on le sent bien, inséparable d'une excellente méthode. Aussi ai-je fait tout ce qui a dépendu de moi à cet égard. J'ai fait précéder l'application des règles de l'arithmétique aux fractions, d'une instruction préliminaire où j'ai tâché d'inculquer les idées les plus nettes sur ces sortes de nombres, et sur les différentes manières de les envisager.

Avant de passer aux nombres complexes, je fixe l'attention du lecteur sur les différents procédés qui conduisent à évaluer une fraction, et je les fais servir à résoudre de tête plusieurs problêmes qui, de prime abord, paraissent de nature à exiger indispensablement le secours de la plume. C'est ainsi que je prépare à l'avance au calcul mental qui est en quelque sorte le grand-œuvre du métier. Je me suis étendu aussi sur les multiplications et divisions complexes, à cause de leur fréquent usage dans les changes étrangers.

Dans l'exposition et le développement du nouveau système métrique, et sur-tout dans la conversion des anciennes mesures en nouvelles, et réciproquement, je me suis rapproché de la manière de M. Lacroix, parce qu'elle tient essentiellement à l'usage des tables de réduction que nous avons adoptées tous les deux, et qu'on ne saurait mieux faire d'ailleurs que d'imiter d'aussi excellents modèles.

J'ai traité les règles d'alliage de la première et de la deuxième espèce sans sortir du cercle de l'arithmétique, quoique ces dernières soient plus particulièrement du ressort de l'algèbre. Je les ai appliquées à des problêmes, non pas de pure spéculation, mais d'une utilité pratique et journalière. J'ai commencé par les eaux-de-vie, et j'ai fait précéder ensuite l'application de ces règles aux matières d'or et d'argent d'une instruction raisonnée sur l'ancien et le nouveau système monétaire, afin d'en faciliter d'autant plus l'intelligence.

J'ai refait trois fois ce travail, et je me suis fixé à ce dernier, comme le plus simple et le plus facile dans la pratique, puisque j'y ai ramené la solution des problêmes relatifs à l'élévation et à la réduction des titres à un mode unique de solution ; soit qu'il s'agisse de lingots au même titre, ou de lingots de poids et de titres différents. J'ose me flatter que les personnes les moins exercées au calcul pourront en recueillir le fruit ; car je ne me contente pas de parler aux yeux en même temps qu'à l'esprit dans la réalisation des opérations, j'en extrais encore des règles générales au fur et à mesure.

Je complète ensuite les notions nécessaires à tous ceux qui veulent faire le commerce des espèces et matières d'or et d'argent, et je les accompagne d'un tableau de comparaison entre les monnaies étrangères et les monnaies françaises. Ce tableau, véritable manuel pratique, est de la plus grande étendue, et formé sur un plan différent de tous ceux qui ont paru jusqu'à-présent.

En effet, les tableaux du même genre, calqués les uns sur les autres, offrent tous les mêmes inconvénients. Ils n'indiquent que la valeur du kilogramme correspondant au titre des pièces, déduction faite des frais de fabrication seulement, et la valeur de ces mêmes pièces droites de poids et de titre. Cette dernière valeur n'est d'aucune utilité dans le commerce des matières; et, quant à la première, elle est erronée pour tous les titres au-dessous de 900 millièmes, attendu que, indépendamment du droit de fabrication qui porte sur tous les titres sans exception, la monnaie retient en outre un droit d'affinage sur les matières qu'on lui porte au change, lorsqu'elles sont au-dessous du titre légal fixé à 900 millièmes. Le tarif des monnaies lui-même est entaché du même défaut, et n'est propre par conséquent qu'à induire le public en erreur, puisque les prix qu'il

cote sont toujours relatifs à la retenue pour le droit de fabrication seulement, et jamais à la double retenue dont sont susceptibles, encore un coup, les matières d'or et d'argent au-dessous de 900 millièmes.

Mon tableau qui a 5 colonnes (1) indique, au contraire, non-seulement la valeur *réelle* par kilogramme de toutes les pièces qui y sont mentionnées, quel que soit leur titre (et par conséquent déduction faite des frais de fabrication et d'affinage), mais encore le prix de chacune de ces mêmes pièces, lorsqu'elles ont le poids requis.

Peu de personnes se feront une idée juste des soins, peines et recherches de toute espèce qu'a dû coûter la confection d'un pareil tableau, et j'avoue franchement que je n'en serais jamais venu à mon honneur, sans le secours de M. Magnier, chef de bureau à l'administration générale des monnaies à Paris,

(1) La première colonne exprime les titres auxquels les pièces étrangères sont reçues aux hôtels des monnaies; la seconde, le poids que doit avoir chaque pièce; la troisième, la valeur du kilogramme, déduction faite des frais de fabrication et d'affinage; la quatrième, la valeur de chaque pièce, déduction faite de ces mêmes frais; et la cinquième, enfin, la valeur de ces mêmes pièces supposées droites de poids et de titre.

qui a les connaissances les plus positives et les plus étendues sur cette matière. Je me plais à lui payer ici le juste tribut de reconnaissance que je dois à sa complaisance. C'est d'après ses conseils que j'ai recomposé mon premier tableau, comme susceptible de plus d'un genre d'amélioration.

En effet, M. Magnier m'a mis dans le cas d'expliquer beaucoup de contradictions qu'on rencontre dans Bonneville et Bonnet, auteurs classiques dans cette partie (1). Ses avis m'ont servi à éclaircir des doutes importants, à donner à mon travail la direction la plus utile, et enfin à y mettre toute l'exactitude à laquelle puisse prétendre celui qui n'a pas fait, des monnaies, l'objet constant de ses études. Car il est essentiel de remarquer ici que, indépendamment du vice inhérent à sa formation que j'ai déja signalé, le tarif des monnaies, réimprimé presque sans changements depuis un temps immémorial, perpétue de vieilles erreurs, et appelle de nombreuses rectifications, dont je crois que le gouvernement s'occupe en ce moment. J'en ai relevé plusieurs d'après les deux auteurs que je viens de citer, et d'après des documents encore plus authentiques que je suis parvenu à me procurer.

(1) C'est dans ces deux ouvrages, et plus particulièrement dans le dernier, que j'ai puisé les éléments de mon travail; et assurément l'on ne saurait prendre de meilleur guide.

Enfin j'ai donné encore un second tableau coté B, pour servir de complément au premier. Il indique la valeur *réelle* par kilogramme des matières d'or et d'argent depuis 1000 millièmes jusqu'à 500 millièmes, et, par conséquent, déduction faite du double droit de fabrication et d'affinage.

AVERTISSEMENT.

Les numéro placés entre deux parenthèses indiquent les articles sur lesquels on s'appuie dans les endroits où ils sont cités, et qu'il faudra relire toutes les fois qu'on n'aura pas présent le rapport que le premier article peut avoir avec le second.

TRAITÉ
MÉTHODIQUE ET RAISONNÉ
D'ARITHMÉTIQUE
COMMERCIALE.

Notions générales sur les nombres.

1. On appelle, en général, quantité tout ce qui est susceptible d'augmentation et de diminution.

2. Les mathématiques ont pour objet les quantités de toute espèce. Mais la partie de cette science qu'on appelle *arithmétique*, ne considère les quantités qu'en tant qu'elles sont exprimées par des nombres ; aussi l'a-t-on toujours définie la *science des nombres*.

3. Le nombre est la collection ou l'assemblage de plusieurs unités, et l'*unité* est une quantité à laquelle on compare toutes les quantités d'une même espèce. Ainsi quand je dis : Cet écu vaut cinq francs ; le *franc* est l'unité à laquelle se rapportent toutes les quantités de francs possibles.

4. Un nombre est dit *abstrait* quand on ne détermine pas la nature de ses unités, comme par exemple, quand je dis *quatre* ou *quatre fois ;* parce qu'alors je fais réellement abstraction de toute *espèce* d'unité, et que je n'exprime qu'un nombre en général dont

on prendrait quatre fois l'unité. Mais *huit réaux*, *vingt piastres* sont des nombres *concrets*, parce que l'unité, qui est un réal, une piastre, y est déterminée.

5. Le nombre se divise en *nombre entier*, *nombre rompu* ou *fraction*, et *nombre mixte*.

Le nombre entier est celui qui ne renferme que des unités entières; le nombre rompu ou fraction est celui qui n'exprime que des parties de l'unité, et le nombre mixte est celui qui est composé d'unités entières et de parties de l'unité. Ainsi, *deux* est un nombre entier; *deux tiers*, une fraction; et *deux et deux tiers*, un nombre mixte.

De la numération.

6. Les caractères ou chiffres dont on se sert dans la numération, et qui sont connus de tout le monde, sont les suivants :

0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
zéro,	*un*,	*deux*,	*trois*,	*quatre*,	*cinq*,	*six*,	*sept*,	*huit*,	*neuf*.

C'est avec ces dix caractères, dont l'invention est généralement attribuée aux Arabes, qu'on est parvenu à exprimer tous les nombres imaginables, à l'aide des conventions suivantes :

On est convenu que de dix unités simples, on en ferait une seule que l'on appelerait *dixaine*, et que l'on compterait par dixaines comme l'on compte par unités, en disant une dixaine, deux dixaines et ainsi de suite, jusqu'à neuf inclusivement. Mais, pour ne pas confondre ces unités d'un nouvel ordre avec les unités simples, on les écrit à la gauche de celles-ci.

Ainsi, pour exprimer le nombre *quarante-cinq* qui se compose de quatre *dixaines* et de cinq unités, j'écrirai 45; et pour écrire *quarante* qui ne se compose que de quatre dixaines, je mettrai un zéro à la suite du 4 pour tenir lieu des unités simples qui manquent, et lui faire marquer des dixaines, comme ci-après, 40.

On est convenu également que de dix dixaines on en ferait une seule unité qu'on appellerait *centaine*, et que l'on compterait par centaines comme par dixaines, en disant une centaine, deux centaines, etc. jusqu'à neuf inclusivement, et que l'on placerait ces unités du troisième ordre à la gauche des dixaines.

Ainsi, pour exprimer le nombre *cinq cent trente-quatre*, qui se compose de cinq centaines, trois dixaines et quatre unités, j'écrirai 534; et pour exprimer *cinq cent quatre* qui ne renferme que des centaines et des unités simples, je placerai un zéro de la manière suivante 504 entre le 5 et le 4, pour tenir lieu des dixaines qui manquent, et faire marquer des centaines au chiffre 5 qui précède ce zéro.

De dix centaines on est convenu encore de n'en faire qu'une seule unité qu'on appellerait *mille*, et de compter par mille comme par centaines, etc., etc., en ayant soin de placer ces nouvelles unités du quatrième ordre, à la gauche des centaines.

Par un procédé semblable, on compose tant qu'on veut de nouvelles unités, toujours décuples de celles qui les précèdent immédiatement, et que, pour cette raison, on place à leur gauche. Ces nouveaux ordres d'unités s'appellent *dixaines de mille*, *centaines de mille*, *millions*, *dixaines de millions*, *etc.*, selon que les chiffres qui les représentent occupent le cinquième, le sixième, le septième, le huitième rang, etc., en partant toujours de la droite à la gauche.

Pour exprimer le nombre *quatre mille cinq cent quarante-huit*, on écrira 4548; pour *quatre mille huit*, on écrira 4008, et pour *quatre mille*, 4000. Dans le second cas, les deux zéro tiennent lieu des centaines et des dixaines qui manquent; et dans le dernier, ils tiennent également lieu des trois premiers ordres d'unités qui manquent aussi.

7. Ainsi le zéro qui n'a aucune valeur par lui-même, est destiné à remplacer les unités qui manquent dans le rang qu'il occupe, et sert en même temps à donner une valeur dix fois plus grande aux chiffres qui le précèdent.

8. C'est d'après ces conventions, nous le répétons, qu'est fondée la méthode aussi simple qu'ingénieuse d'exprimer tous les nombres imaginables, avec les dix caractères dont nous avons déja donné le nom et la figure.

9. Pour aider l'imagination, lorsqu'il s'agit d'énoncer un nombre exprimé par beaucoup de chiffres, on le partage de droite à gauche en tranches de trois chiffres chacune, qu'on nomme *unités*, *mille*, *millions*, *billions*, *trillions*, *etc.*; et on énonce chaque tranche comme si elle était seule, mais en ayant soin de prononcer à la fin de chacune le nom de ses unités relatives. Ainsi, pour énoncer le nombre suivant,

trillions,	*billions*,	*millions*,	*mille*,	*unités*.
25,	482,	673,	284,	352.

On lira *vingt-cinq trillions*, *quatre cent quatre-vingt-deux billions*, *six cent soixante-treize millions*, *deux cent quatre-vingt-quatre mille trois cent cinquante-deux unités*.

10. Puisque, d'après notre système de numération développé dans le n° 6, les unités dont un nombre quelconque se compose, sont de dix en dix fois plus grandes à mesure qu'on avance de droite à gauche,

il en résulte que chaque chiffre a toujours deux valeurs; l'une absolue ou intrinsèque, et l'autre conventionnelle; c'est-à-dire relative à la place qu'il occupe. Nous devons tirer de là les deux conséquences suivantes:

11. *Pour rendre un nombre dix fois, cent fois, mille fois, etc., plus grand, il suffit de mettre un zéro, deux zéro, trois, etc., zéro, à la suite du chiffre de ses unités.*

Car en écrivant un zéro, les unités simples deviennent des dixaines; les dixaines, des centaines; les centaines des mille, et ainsi de suite. En écrivant deux zéro, les unités deviennent des centaines; les dixaines, des unités de mille, et ainsi de suite. En écrivant trois zéro, les unités deviennent des unités de mille; les dixaines, des unités de dix mille, et ainsi de suite.

12. *Pour rendre un nombre terminé par des zéro, dix fois, cent fois, mille fois, etc., plus petit, il suffit de supprimer à son extrémité sur la droite, un zéro, deux zéro, trois, etc., zéro.*

Car en effaçant un zéro, les millions, par exemple, ne sont plus que des unités de cent mille, les unités de cent mille ne sont plus que des unités de dix mille, et ainsi de suite. En effaçant deux zéro, les millions ne sont plus que des unités de dix mille, les unités de dix mille ne sont plus que des centaines, et ainsi de suite.

13. On appelle *nombre simple*, celui qui est exprimé par un seul chiffre, et *nombre composé* celui qui est exprimé par plusieurs chiffres; et, par analogie, une opération est dite simple ou composée, selon qu'elle s'effectue sur des nombres simples ou composés.

14. Les diverses opérations de l'arithmétique con-

sistent à *ajouter*, *soustraire*, *multiplier* et *diviser*. Encore ces quatre opérations, réputées fondamentales, se réduisent-elles, rigoureusement parlant, à deux opérations primitives. Car la multiplication n'est au fond qu'une addition répétée, comme la division n'est aussi qu'une soustraction répétée.

De l'addition des nombres entiers.

15. L'addition est une opération par laquelle on cherche une quantité égale à plusieurs autres quantités données. Le résultat de l'opération s'appelle *somme*. Voici le procédé à suivre :

Écrivez les uns sous les autres les nombres proposés, de manière que les unités correspondent aux unités, les dixaines aux dixaines, les centaines aux centaines, et ainsi de suite des nombres d'un ordre ascendant ; puis soulignez le tout. Ajoutez d'abord les unités simples ; si leur somme ne fait pas plus de 9, écrivez-la au-dessous du trait sous la colonne des unités, si elle excède 9, n'écrivez que le chiffre des unités, et retenez celui des dixaines, pour les ajouter aux unités semblables. Ajoutez ensuite les dixaines, en ayant soin de les augmenter du nombre que vous venez de retenir : opérez pour cette seconde colonne comme pour la première ; et en poursuivant de la même manière à l'égard des autres colonnes, vous trouverez la somme demandée.

Car puisqu'il résulte de ce mode d'opérer, que le nombre trouvé est composé de toutes les unités, dixaines, centaines, etc., des nombres proposés, il est évident qu'il en est la somme.

EXEMPLE.

Je suppose qu'il s'agisse de trouver la somme des

trois nombres suivants, 5463, 6942, et 341 ; je les écris d'abord dans l'ordre prescrit plus haut, comme on le voit ci-après :

$$\begin{array}{r} 5463 \\ 6942 \\ 341 \\ \hline 12746 \end{array} \text{ somme.}$$

Puis, j'ajoute les unités simples en disant : 3 et 2 font 5, et 1 font 6 que j'écris au-dessous du trait sous les unités. Je passe aux dixaines, et je dis : 6 et 4 font 10, et 4 font 14 ; je pose 4 sous les dixaines et retiens 1 (qui est une centaine), pour l'ajouter aux centaines de la colonne voisine. Je passe à cette dite colonne, et me dis pareillement : 1 de retenu et 4 font 5 et 9 font 14 et 3 font 17 ; c'est pourquoi j'écris 7 sous la colonne des centaines, et retiens encore 1 pour l'ajouter aux unités du 4^e ordre, dont la somme est 12 en comptant cette dite unité ; j'écris par conséquent 2 sous la 4^e colonne, et, comme il n'y en a pas d'un ordre supérieur pour y ajouter cette unité, je la pose à la 5^e colonne ; et le nombre 12746 est la somme des trois nombres proposés.

S'il ne se trouvait que des zéro dans une même colonne verticale, et qu'il n'y eût déja rien de retenu, on écrirait zéro à l'ordre correspondant des unités dans la somme ; ou bien on écrirait le nombre retenu, s'il y en avait.

Voici trois exemples destinés à exercer les commençants :

97072	4534	190621
4003	225	5008
7031	46301	380
56	2056	1650000
108162	53116	1846009

De la multiplication.

16. On appelle *multiplication* l'addition de quantités égales.

Ainsi, si je veux savoir combien me coûteront 4 mètres de drap, à raison de 45 francs le mètre, il est bien évident que je dois payer 4 fois 45 francs; et que par conséquent, pour connaître le coût de ces quatre mètres, je dois ajouter 45 francs trois fois de suite à lui-même de la manière suivante (15) :

45 fr.
45
45
45
―――
180 francs;

De sorte que la somme 180 francs est celle que je dois payer pour les 4 mètres de drap.

On nomme *multiplicande* le nombre que l'on doit ajouter plusieurs fois à lui-même, *multiplicateur* celui qui indique combien de fois on doit répéter le multiplicande, et *produit* la somme qui est le résultat de l'opération. Le multiplicande et le multiplicateur prennent aussi le nom commun de *facteurs* du produit.

17. On voit d'après cela que, *multiplier un nombre par un autre*, c'est *prendre ou répéter le multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur*; ou pour mieux généraliser, *c'est chercher un nombre qui se compose avec le multiplicande comme le multiplicateur avec l'unité.* Le résultat de cette opération, nous le répétons, se nomme *produit.*

Mais si, dans l'addition des quantités égales, on s'en tenait à la méthode ordinaire prescrite au n° 15, l'opération deviendrait d'autant plus longue que ces mêmes quantités seraient plus nombreuses. C'est donc pour obvier à cet inconvénient, qu'on a recours à un procédé beaucoup plus expéditif, que nous allons développer dans le moment, et qui n'est que l'abrégé de l'addition.

18. Mais pour être en état d'effectuer le procédé ordinaire de la multiplication, il est indispensable de connaître le produit des nombres simples entre eux; c'est-à-dire le produit qui résulte de la multiplication de deux nombres d'un seul chiffre chacun. La table suivante, qu'on attribue généralement à Pythagore, est destinée à procurer cette connaissance.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

A sa seule inspection, on peut presque comprendre les éléments de sa formation, dont voici l'explication:

On commence par écrire, dans leur ordre naturel, les neuf caractères primitifs de la numération, sur la première colonne horizontale, et sur la première colonne verticale de gauche, de manière que 1 soit commun à ces deux colonnes. La seconde colonne horizontale se forme en ajoutant successivement 2 à lui-même huit fois de suite; la troisième, en ajoutant 3 à lui-même de la même manière; la quatrième, en ajoutant 4, et ainsi de suite des autres colonnes.

19. Actuellement voici la manière de se servir de cette table: il faut chercher d'abord le multiplicande dans la première colonne horizontale, et le multiplicateur dans la première colonne verticale, et parcourir ensuite des yeux la colonne verticale du multiplicande et la colonne horizontale du multiplicateur, jusqu'à ce que la vue se confonde dans la petite case où se rencontrent ces deux colonnes. Le nombre qu'elle renferme sera le produit cherché.

Ainsi si l'on me demande le produit de 5 par 3, je cherche 5 dans la première colonne supérieure, et 3 dans la première colonne verticale. J'embrasse ensuite de l'œil, tant la colonne verticale qui commence par 5, que la colonne horizontale qui commence par 3, et je trouve par ce moyen que e nombre 15, commun à ces deux colonnes, est le produit demandé de 5 par 3; c'est-à-dire que 3 fois 5 font 15.

20. Si l'on cherchait de la même manière le produit de 3 par 5, on trouverait le même nombre 15, quoique, dans ce dernier cas, on ait regardé 3 comme le multiplicande, et 5 comme le multiplicateur; et il en serait de même de tous les autres nombres. Ce renversement de l'ordre des facteurs ne

change rien, comme on voit, à la réalité du produit. Aussi, tant qu'on ne considère les nombres que d'une manière abstraite, c'est-à-dire qu'on n'a aucun égard à la nature de leurs unités, il est très-fort permis de prendre le multiplicande pour multiplicateur, et le multiplicateur pour multiplicande.

21. Mais lorsqu'ils sont tous les deux des nombres concrets, il faut bien prendre garde de confondre l'un avec l'autre. Il est alors très-essentiel au contraire, de distinguer lequel des deux nombres proposés doit être pris pour multiplicande, afin de déterminer l'espèce des unités du produit. Cette distinction devient bien plus importante encore dans la multiplication des nombres complexes, comme nous le verrons par la suite.

22. Puisque les fonctions du multiplicateur sont de déterminer combien de fois il faut répéter le multiplicande, on doit dès-lors le regarder comme un nombre abstrait. En effet, si l'on me demande *combien coûteront* 3 *pistoles d'Espagne*, *à raison de* 15 *francs la pistole*, il est facile de juger que le multiplicande est 15 francs qu'il s'agit de répéter 3 fois; que cette condition est tout-à-fait indépendante de l'espèce des unités du multiplicateur, et qu'elle n'est relative qu'à la quantité qu'il exprime. Car l'opération et le résultat seraient toujours les mêmes, quand bien même il eût été question de tout autre chose que de pistoles.

23. D'un autre côté, le multiplicande étant essentiellement une partie du produit, puisque celui-ci n'est formé que par l'addition répétée du premier, il suit de là que *le produit devra toujours se composer d'unités de même espèce que le multiplicande.*

24. Un nombre est dit *multiple* d'un autre, lorsqu'il contient celui-ci un certain nombre de fois

juste. Ainsi 12 est multiple de 2, de 3, de 4 et de 6.

25. On appelle *parties aliquotes* d'un nombre, celles qui divisent exactement ce nombre; c'est-à-dire qui y sont contenues un certain nombre de fois sans reste.

26. On appelle *carré* d'un nombre, le produit qui résulte de la multiplication de ce nombre par lui-même. Ainsi 16 est le carré de 4, parce que 4 fois 4 font 16. Pour carrer un nombre, il ne s'agit par conséquent que de le multiplier par lui-même. Donc un nombre que l'on carre est tout à-la-fois multiplicande et multiplicateur; c'est-à-dire qu'il est deux fois facteur.

27. La *racine carrée* d'un nombre est celui qui, multiplié par lui-même, reproduirait le nombre proposé. Ainsi 5 est la racine carrée de 25.

Principe pour la multiplication.

28. Si le multiplicateur n'a qu'un seul chiffre, écrivez-le de préférence sous les unités du multiplicande, et soulignez le tout (cet arrangement indifférent en lui-même sert à mieux fixer les idées). Multipliez d'abord les unités du multiplicande par le multiplicateur; si le produit est un nombre simple, écrivez-le au-dessous du trait; si au contraire il est composé de deux chiffres, écrivez celui des unités, et retenez les dixaines pour les ajouter au produit suivant. Multipliez à leur tour les dixaines du mulplicande par le multiplicateur; si ce produit joint aux unités que vous venez de retenir ne passe pas 9, écrivez-le à gauche; s'il est composé de deux chiffres, n'écrivez que les unités de ce produit, et retenez-en les dixaines (qui sont des centaines) pour les

ajouter au produit suivant. Continuez la multiplication des divers ordres d'unités du multiplicande de la même manière; additionnez ces divers produits, et leur somme exprimera le produit cherché.

1^{er} EXEMPLE.

On demande combien 3583 *ducats valent de francs, à raison de* 5 *francs le ducat?*

D'après la nature de la question il s'agit de répéter 5 francs 3583 fois; ou, ce qui est plus commode et qui revient au même (20), de répéter le nombre 3583, 5 fois. Car, c'est absolument la même chose de payer 3583 ducats sur le pied de 5 francs le ducat, ou de payer 5 ducats sur le pied de 3583 francs. Je dispose donc les facteurs de cette manière:

$$\begin{array}{rl} 3583 & \text{multiplicande} \\ 5 & \text{multiplicateur} \\ \hline 17{,}915 & \text{produit;} \end{array}$$

et je dis: 5 fois 3 font 15, j'écris 5 et retiens 1 dixaine; je continue: 5 fois 8 dixaines font 40 dixaines et 41 dixaines avec celle que je viens de retenir, c'est pourquoi j'écris 1 et retiens 4 centaines; 5 fois 5 centaines, dis-je encore, font 25 centaines et 29 avec les 4 retenues précédemment; j'écris donc 9 et retiens 2 qui sont des mille. Enfin, 5 fois 3 mille font 15 mille, et, avec les 2 déja retenus, font 17 que j'écris en entier, parce que j'ai épuisé la multiplication des divers ordres d'unités du multiplicande; et, partant, le nombre 17,915 est le produit demandé, c'est-à-dire le nombre de francs que valent les ducats proposés.

En effet, d'après le procédé qu'on vient d'employer, ce nombre se trouve composé des produits des unités, des dixaines, des centaines, des mille du multiplicande par le multiplicateur 5 ; il contient donc 5 fois la collection des unités dont se compose le nombre 3583.

Dans la pratique, on ne nomme point l'ordre d'unités de chaque produit. On les regarde toujours comme composés d'unités simples, mais on leur assigne successivement les places relatives à l'expression de cet ordre, d'après la règle que nous venons d'exposer.

29. La multiplication de deux nombres entre eux, composés de plusieurs chiffres chacun, se réduit à la répétition du procédé employé dans ce 1er exemple, à une modification près relative à la pose des produits partiels ; et le principe générique, applicable indistinctement à tous les cas, peut se résumer de la manière suivante :

Quand le multiplicande et le multiplicateur sont composés, chacun de plusieurs chiffres, après les avoir disposés dans l'ordre prescrit pour l'addition et la soustraction, et les avoir soulignés, il faut multiplier successivement chaque ordre d'unités du multiplicande par le dernier chiffre du multiplicateur, et écrire ces divers produits à leurs places respectives (28). On répétera la même multiplication dans le même ordre et de la même manière, à l'égard des dixaines, des centaines, etc., du multiplicateur, et on écrira ces divers produits les uns sous les autres ; mais en observant de placer le premier chiffre de droite de chaque produit partiel, sous les unités de l'ordre auquel appartient le chiffre du multiplicateur qui a fait naître ledit produit : la somme de ces produits partiels sera le produit cherché.

2e EXEMPLE.

On demande combien 4234 ducats valent de maravédis? (Le ducat vaut 375 maravédis.)

Il s'agit de répéter 375 maravédis 4234 fois ; ou, ce qui revient au même, de répéter 375 fois le nombre 4234 (20). Car rien ne m'empêche de considérer d'abord ces deux nombres d'une manière abstraite, pourvu que je regarde ensuite le produit comme exprimant des maravédis. Pour la commodité du calcul, je choisis donc pour multiplicateur le plus petit des deux nombres proposés, comme cela se pratique dans tous les cas semblables.

$$\begin{array}{r} 4234 \\ 375 \\ \hline 21170 \\ 29638. \\ 12702.. \\ \hline 1587750 \end{array} \text{ produit.}$$

Je multiplie d'abord le multiplicande en entier par le dernier chiffre 5 du multiplicateur (28), et j'écris à sa place le produit 21170.

Je multiplie pareillement tout le multiplicande par le second chiffre du multiplicateur 7, qui exprime des dixaines, et j'écris ce second produit 29638 sous le premier; mais en observant d'en placer le dernier chiffre 8 des unités sous les dixaines, attendu qu'il provient de la multiplication par des dixaines.

Je multiplie de la même manière 4234 par le troisième chiffre 3 du multiplicateur, et j'écris ce troisième produit sous le précédent; mais de manière que son premier chiffre 2 occupe la place des centaines, parce que le chiffre par lequel je viens de multiplier exprime des centaines. J'additionne ces divers produits, et leur somme 1587750 est le produit cherché; c'est-à-dire que 4234 ducats valent 1,587,750 maravédis.

En effet, cette opération embrasse trois multiplications isolées, dans lesquelles on a pris le multiplicande d'abord 5 fois, puis 70 fois, et enfin 300 fois; on l'a donc pris 375 fois en tout.

30. Lorsqu'il se trouve quelque zéro intermédiaire dans les chiffres du multiplicande, comme il n'en peut résulter aucun produit, on écrit zéro à la place relative; à moins qu'il n'y ait quelque chose de retenu du produit précédent, car alors on écrit les unités retenues.

31. Quand il se trouve des zéro intermédiaires dans les chiffres du multiplicateur, comme la multiplication par zéro ne peut non plus donner lieu à aucun produit, on passe tout de suite à la multiplication par le premier chiffre significatif; mais en observant de placer le produit qui en résulte, de manière que les unités simples correspondent au rang qu'occupe ce chiffre significatif. L'exemple suivant offre l'application de ces deux cas.

3e EXEMPLE.

Combien 24506 pistoles valent-elles de maravédis? (La pistole vaut 1088 maravédis.)

Il s'agit de multiplier 1088 maravédis par 24506, ou bien, pourvu qu'on ne perde pas de vue que ce sont des maravédis qu'on doit avoir au produit (20), de multiplier....... 24506

par.... 1088

196048
196048 .
24506 . . .

26662528 produit.

dis, 8 fois 6 font 48; je pose 8 et retiens 4; et

comme la multiplication de zéro par un chiffre quelconque ne peut rien produire, j'écris les 4 dixaines que je viens de retenir, tout comme j'aurais écrit 0, s'il ne s'était trouvé rien de retenu du produit précédent.

Quand, après avoir trouvé les deux produits partiels, j'en suis au zéro du multiplicateur, comme la multiplication d'un nombre quelconque par zéro, ne peut faire naître aucun produit, je passe tout de suite au chiffre significatif voisin qui est 1; et la multiplication du multiplicande par 1 ne pouvant rien ajouter audit multiplicande, je l'écris, comme produit, au-dessous du produit précédent; mais en gagnant deux colonnes de droite à gauche, afin que son dernier chiffre 6 des unités, corresponde au rang qu'occupe le chiffre du multiplicateur 1, dont provient ce troisième produit. S'il y avait eu 2, 3, etc., zéro, j'aurais, par la même raison, gagné 3, 4, etc., places; c'est-à-dire autant de places plus une, qu'il y aurait eu de zéro. Partant, j'ai pour produit total 26,662,528; c'est-à-dire que 24506 pistoles valent 26,662,528 maravédis.

32. Quand le multiplicateur se trouve être l'unité suivie de plusieurs zéro, le procédé ordinaire de la multiplication disparaît; et il suffit d'ajouter au multiplicande autant de zéro sur la droite, qu'il s'en trouve dans le multiplicateur.

33. Ainsi, *pour multiplier un nombre quelconque par* 10, *par* 100, *par* 1000, *etc.; il suffit de mettre à la suite de ce nombre un zéro, deux zéro, trois, etc., zéro.*

En effet, c'est le rendre dix fois, cent fois, mille fois, etc., plus grand, puisque c'est décupler, centupler, etc., chacune des collections d'unités dont il se compose (11); et par conséquent c'est le multiplier par 10, par 100, par 1000, etc. (17).

34. Si l'un des deux facteurs, ou bien tous les deux,

étaient terminés par des zéro, on n'y aurait aucun égard ni dans la pose, ni dans la composition des produits ; mais on aurait soin de placer à la suite du produit total, autant de zéro qu'il s'en trouverait, tant au multiplicande qu'au multiplicateur.

4^e EXEMPLE.

12700
3500
635
381
44450000

Je multiplie 127 par 35, et j'écris, à la suite du produit 4445, les quatre zéro qui se trouvent en tout dans les deux facteurs ; en voici la raison :

Le multiplicande 12700 représente 127 centaines, de même que le multiplicateur 3500 représente 35 centaines ; or, le produit de centaines par des centaines, doit être nécessairement des centaines de centaines, ou des dixaines de mille. Mais pour changer l'espèce d'unités du produit 4445 en dixaines de mille, il faut nécessairement mettre quatre zéro à sa suite. Et comme le même raisonnement est applicable à tous les cas semblables, donc, etc.

35. Nous allons terminer cet article sur la multiplication, par un exemple qui rendra plus sensible la nécessité de regarder toujours le multiplicateur comme un nombre abstrait ; et qui servira en même temps à résoudre une prétendue difficulté avec laquelle on embarrasse souvent les commençants.

Le produit de 1 franc multiplié par 1 franc, dit-on, est 1 franc ; et 100 centimes, multipliés par 100

centimes, donnent pour produit (33) 10000 centimes ; produit 100 fois plus grand que le premier.

Ce second produit, il est vrai, est 100 fois plus grand que le premier ; mais c'est qu'on a substitué à la première question, une question toute différente. En effet, multiplier 1 franc par 1 franc, c'est répéter 1 franc une fois seulement (17) ; mais me proposer de multiplier 100 centimes ou 1 franc, par 100 centimes, c'est me proposer de répéter 100 centimes 100 fois (17) ; c'est-à-dire que, sans rien changer à la valeur du multiplicande, dans ce second cas, on substitue un multiplicateur 100 fois plus grand que dans le premier : donc le produit ne peut manquer de devenir 100 fois plus grand, puisqu'il exprime combien de fois on a pris le multiplicande.

36. Il est bon d'observer que *doubler*, *tripler*, *décupler*, etc., un nombre, c'est le rendre 2 fois, 3 fois, 10 fois, etc., plus grand ; et par conséquent, le multiplier par 2, par 3, par 10, etc.

Voici trois exemples pour exercer les commençants :

245	56030	49306
308	20301	3020
1960	56030	00000
000.	0000. (*)	98612.
735..	168090..	147918...
75460	00000...	148904120
	112060....	
	1137465030	

De la soustraction des nombres entiers.

37. La *soustraction* est une opération par laquelle,

(*) On peut se dispenser d'écrire des rangs entiers de zéro.

connaissant deux nombres, on cherche de combien le plus grand surpasse le plus petit : le troisième nombre, qui résulte de cet examen, s'appelle *différence*, *excès* ou *reste*.

Pour procéder à cette opération, il faut écrire le plus petit sous le plus grand nombre, dans le même ordre qui a été prescrit pour l'addition (15). Puis, commençant sur la droite par les unités, il faut retrancher successivement dans chaque colonne, le nombre inférieur du nombre supérieur, et écrire à fur et à mesure chacun de ces restes à leurs places respectives ; ou bien écrire zéro, si la soustraction ne laisse point de reste. Quand le chiffre inférieur se trouvera plus grand que le chiffre supérieur, on empruntera, par la pensée, sur celui qui est immédiatement à gauche, une unité qui en vaut dix de l'ordre dont il est question ; et, par ce moyen, on rendra la soustraction possible. Mais il faudra se souvenir, en continuant l'opération, que le nombre sur lequel on vient de faire cet emprunt, se trouve par cela même diminué d'une unité. Si le chiffre voisin sur lequel on voudrait emprunter cette unité se trouve être un zéro, on l'empruntera sur le premier chiffre significatif à gauche. Cette unité pourra en valoir 100, 1000, etc. de l'ordre pour lequel on fait cet emprunt, selon le nombre de zéro intermédiaires : mais alors on ajoutera 10 au premier chiffre supérieur qui a

---

comme nous l'avons fait, pour tenir lieu des produits partiels qui manquent, pourvu qu'en passant aux chiffres significatifs, on ait soin de placer le premier chiffre de droite de chaque produit partiel sous les unités de l'ordre auquel appartient le chiffre du multiplicateur qui a fait naître ce produit ; ou bien de gagner 1, 2 colonnes sur la gauche, s'il se trouve 1, 2 zéro à la fin du multiplicande.

donné lieu à cet emprunt, et on considérera tous les zéro intermédiaires, comme autant de 9 ; parce que, ayant emprunté 1 dixaine de 10 dixaines, de cent dixaines, etc., il devra demeurer 9 dixaines, 99 dixaines, etc.

Après avoir retranché, dans chaque colonne, le nombre inférieur du nombre supérieur correspondant, selon qu'on vient de le prescrire, le nombre écrit au-dessous du trait sera la différence cherchée ; car il résulte de ce mode d'opérer, que ce nombre exprime la différence des unités, dixaines, centaines, etc., du nombre sur lequel s'opère la soustraction, avec les unités, dixaines, centaines, etc., du nombre à soustraire. Ce nombre sera donc nécessairement la différence des deux nombres proposés.

1er EXEMPLE.

De 5726 on veut retrancher 3924.

$$\begin{array}{r} 5726 \\ 3924 \\ \hline 1802 \end{array} \text{ différence.}$$

J'écris d'abord les deux nombres proposés, comme on le voit ci-dessus. Puis, commençant par les unités, je retranche 4 de 6, et j'écris le reste 2 au-dessous du trait ; passant ensuite aux dixaines, je retranche 2 de 2, et, cette soustraction ne laissant aucun reste, j'écris 0 sous cette colonne.

A l'égard des centaines, comme je ne saurais retrancher 9 de 7, j'emprunte sur le chiffre voisin à gauche 5, une unité qui en vaut 10 de l'ordre dont il est question, et qui, ajoutée à 7, fait 17, dont retranchant 9, il reste 8 que j'écris sous la troisième colonne. Enfin, retranchant 3, non pas de 5, mais de

4 seulement qui demeurent après l'emprunt, j'écris le reste 1 sous la quatrième colonne : et le nombre 1802 est la différence qu'on cherchait entre les deux nombres proposés.

2^e^ EXEMPLE.

De 60024 on veut retrancher 5319.

$$\begin{array}{r} 60024 \\ 5319 \\ \hline 54705 \end{array}$$ différence.

Après avoir écrit ces deux nombres dans l'ordre prescrit plus haut, je dis : comme je ne saurais retrancher 9 de 4, j'emprunte sur le chiffre le plus voisin 2, une unité qui en vaut 10 simples, et qui, ajoutées à 4, font 14 ; de sorte que, retranchant 9 de 14, il reste 5 que j'écris sous la colonne des unités.

Passant à la colonne des dixaines, je retranche 1, non pas de 2, mais de 1 seulement qui demeure après l'emprunt ; et, comme cette soustraction ne laisse aucun reste, j'écris o sous les dixaines. Actuellement, comme je ne saurais retrancher 3 de o, j'emprunte encore sur le premier chiffre positif à gauche 6, une unité qui en vaut 100, eu égard à la colonne où je me trouve ; et, après en avoir ôté une dixaine pour rendre la soustraction possible dans cette même colonne, je substitue mentalement au o voisin, 9 autres dixaines relatives à la place qu'il occupe ; de sorte qu'ôtant d'abord 3 de 10, il reste 7 que j'écris sous la troisième colonne ; et retranchant dans la quatrième, 5 de 9, il reste 4 que j'écris à sa place relative ; et, comme dans la cinquième colonne, il n'y a rien à retrancher, j'écris sous cette même colonne, non pas 6 mais 5 seulement ; attendu que l'emprunt d'une unité

que je viens de faire sur ce 6, le diminue d'autant. Ainsi, 54705 est la différence qu'on cherchait.

Voici trois exemples de soustraction destinés à exercer les commençants :

$$\begin{array}{r} 69473 \\ 25684 \\ \hline 43789 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9050407 \\ 374598 \\ \hline 8675809 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 248036 \\ 199247 \\ \hline 48789 \end{array}$$

De la division.

38. On appelle *division* la soustraction répétée de quantités égales.

Ainsi, s'il s'agit de partager 15 francs entre trois personnes par égales portions, et que l'on demande la part de chacune, il est évident que chaque personne aura autant de fois 1 franc, ou autant de francs, que le nombre 3 se trouve contenu de fois dans le nombre 15 ; et que, pour connaître ce nombre de fois, je n'ai qu'à soustraire le premier de ces deux nombres du second, autant de fois de suite qu'il peut l'être, de la manière suivante :

$$\begin{array}{r} 15 \\ 3 \\ \hline 12 \\ 3 \\ \hline 9 \\ 3 \\ \hline 6 \\ 3 \\ \hline 3 \\ 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

Puisque cinq soustractions successives de 3 ont épuisé le nombre 15, sans laisser aucun reste, je dois conclure que 15 contient 5 fois le nombre 3.

Dans cet exemple, 15 était le *dividende*, 3 le *diviseur*, et 5 le *quotient*.

Mais si, dans la soustraction répétée de quantités égales, on s'en tenait à la méthode ordinaire prescrite au n° 37, l'opération deviendrait d'autant plus longue qu'elle comporterait un plus grand nombre de soustractions. Voilà pourquoi on a recours à un procédé beaucoup plus expéditif, que nous allons développer dans le moment, et qui, au fond, n'est qu'un abrégé de la soustraction.

39. On voit, d'après ce qui précède, que *diviser un nombre par un autre*, c'est *chercher combien de fois le dividende contient le diviseur*, ou pour mieux généraliser, *c'est chercher un troisième nombre qui se compose avec le dividende comme l'unité avec le diviseur.* Le résultat de cette opération, nous le répétons, se nomme *quotient.*

40. Puisque le quotient indique combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende, il résulte de là,

1° *Que le diviseur multiplié par le quotient doit reproduire le dividende;*

2° *Que le dividende divisé par le quotient doit reproduire le diviseur.*

41. Quant à la nature des unités du quotient, c'est le sens de la question qui peut seul le déterminer. Si l'on me demande, par exemple, combien 12 piastres contiennent 4 piastres, le quotient 3 sera un nombre abstrait. Mais si l'on reproduit la même question sous cette nouvelle forme : *4 piastres faisant une pistole, on demande combien 12 piastres valent de pistoles?* Il me faudra diviser également 12 par 4;

mais le quotient 3, quoique numériquement le même, sera dans ce cas-ci, un nombre concret qui exprimera des pistoles.

Encore un coup, c'est l'esprit de la question qu'il convient d'étudier ; parce que, quoique l'usage de la division soit infiniment étendu, le procédé d'exécution est le même dans tous les cas.

Nous allons commencer par la division simple, c'est-à-dire par celle où le diviseur n'a qu'un seul chiffre.

De la division simple.

1^er^ EXEMPLE.

42. *On demande combien 9878 réaux de plate valent de piastres?* (La piastre vaut 8 réaux de plate.)

Puisqu'il faut 8 réaux pour faire 1 piastre, il est évident que les 9878 réaux vaudront autant de fois 1 piastre, ou autant de piastres, qu'ils contiennent de fois le nombre 8. Il s'agit donc de diviser 9878 par 8, de la manière suivante, et le quotient exprimera des piastres :

9878	8
8	$1234\frac{6}{8}$.
18	
16	
27	
24	
38	
32	
6	

Après avoir séparé le dividende et le diviseur par un trait, et en avoir tiré un autre sous le diviseur, pour marquer la place du quotient, je commence par prendre sur la gauche du dividende le premier chiffre 9 seulement, attendu qu'il est plus grand que le diviseur; et, après avoir trouvé que 9 contient 8 une fois, j'écris au quotient 1 qui est une unité de mille, et qui recevra sa valeur des chiffres subséquents. Je multiplie le diviseur par ce quotient, et je porte le produit 8 sous mon premier dividende partiel 9; je retranche 8 de 9, et j'écris au-dessous le reste 1.

A côté de ce reste 1, j'abaisse le chiffre suivant 8 du dividende total, ce qui me donne 18 pour second dividende; je cherche combien le diviseur y est contenu, et comme il y est contenu 2 fois, j'écris ce nombre 2 à la suite du premier quotient. Je multiplie, comme précédemment, le diviseur 8 par ce quotient 2; j'en porte le produit 16 sous le dividende relatif 18, et soustraction faite, j'ai pour reste 2.

A côté de ce reste 2, j'abaisse le troisième chiffre 7 du dividende total, ce qui me donne 27 pour troisième dividende partiel; et, comme 8 est contenu 3 fois dans 27, j'écris 3 au quotient. Je multiplie 8 par 3, et je porte le produit 24 sous le dividende relatif 27; je fais ma soustraction, et je trouve 3 pour reste.

Enfin, à côté de ce reste 3, j'abaisse le dernier chiffre 8 du dividende total, ce qui me donne 38 pour dernier dividende partiel; je cherche combien 38 contient le diviseur, et, ayant trouvé qu'il le contient 4 fois, j'écris 4 au quotient. Je multiplie 8 par 4, et, ayant soustrait le produit 32 de 38, je trouve un reste définitif de 6, que j'écris à la suite du quotient, comme on le voit dans cet exemple.

Ainsi donc je trouve que dans 9878, 8 est con-

tenu 1234 fois, avec un reste de 6; et j'en conclus par conséquent, que 9878 réaux de plate valent 1234 piastres, plus $\frac{6}{8}$ de piastre, qu'on prononce *six huitièmes*. Nous approfondirons dans la suite la nature de ces sortes de nombres qui accompagnent souvent les nombres entiers.

De la division composée.

2^{e} EXEMPLE.

43. *On demande combien 48732 maravédis de plate valent de piastres?* (La piastre vaut 272 maravédis de plate.)

Puisqu'il faut 272 maravédis pour faire 1 piastre, il est évident que les 48732 maravédis vaudront autant de fois 1 piastre, ou autant de piastres, qu'ils contiendront de fois le nombre 272. Il faut donc diviser 48732 par 272, et le quotient exprimera des piastres; divisons:

$$\begin{array}{r|l}
48732 & 272 \\
\underline{272} & 179\,\frac{44}{272}. \\
2153 & \\
\underline{1904} & \\
2492 & \\
\underline{2448} & \\
44 &
\end{array}$$

Je me borne ici à prendre les trois premiers chiffres du dividende, parce qu'ils contiennent le diviseur. Mais, au lieu de chercher combien 487 contient 272, je cherche seulement combien le premier chiffre 4 de mon dividende contient le premier chiffre 2 du diviseur ; et, quoiqu'il le contienne 2 fois, je n'écris point 2 au quotient, parce que la multiplication du diviseur par 2 me donnerait un produit trop grand, que je ne saurais soustraire de 487 : c'est pourquoi j'écris 1 seulement.

Je multiplie 272 par 1, je porte le produit 272 sous 487 ; je fais ma soustraction, et à côté du reste 215, j'abaisse le chiffre suivant 3 du dividende, pour être à même de continuer ma division.

Mais, au lieu de chercher combien 2153 contient 272, je cherche combien 21 seulement contient 2 ; et, quoiqu'il le contienne 9 fois, je n'écris pas 9 au quotient, parce que je prévois que la multiplication du diviseur par 9 me donnerait un produit trop grand, que je ne saurais soustraire de 2153 ; je n'écris pas même 8, toujours par la même raison ; j'écris donc 7 seulement.

Je multiplie le diviseur par 7 ; je porte le produit 1904 sous mon second dividende 2153 ; je fais ma soustraction, et à côté du reste 249, j'abaisse le dernier chiffre 2 du dividende total.

Je cherche combien 24 contient 2, il le contient 12 fois ; mais, comme on ne peut jamais avoir au quotient qu'un nombre simple, et par conséquent 9 au plus, j'écris 9. Je multiplie le diviseur par 9, je porte le produit 2448 sous mon dividende 2492 ; je l'en retranche, et j'ai pour reste définitif 44, que j'écris au quotient, de la manière que nous venons d'indiquer dans l'exemple précédent.

Ainsi, je trouve que 48732 maravédis valent 179 piastres plus $\frac{44}{272}$.

44. Les essais inutiles auxquels on est exposé, avant de trouver le véritable quotient, viennent de ce qu'au lieu de chercher tout-à-la-fois combien chaque dividende partiel contient le diviseur, on se

contente de chercher combien le premier chiffre du diviseur est contenu dans le premier ou les deux premiers chiffres de chacun de ces dividendes. Voilà la plus grande difficulté qu'offre la pratique de la division. Ce n'est guère que par l'usage, qu'on peut acquérir ce tact qui fait préjuger sur le champ quel est le nombre qui, multiplié par le diviseur, doit donner un produit qui puisse se retrancher du dividende correspondant, sans laisser un reste plus grand que ce même dividende ; parce que cette précision, et cette rapidité dans le jugement, supposent assez de sagacité pour apprécier au juste, ce qu'a souvent d'erroné le quotient qui s'indique naturellement par cette division pure et simple. Au reste, comme c'est plus particulièrement lorsque le second chiffre du diviseur passe 5, qu'on est exposé à ces vaines recherches, on les abrégera dans ce cas, en ajoutant par la pensée une unité au premier chiffre du diviseur ; et en cherchant par conséquent combien ce chiffre, augmenté de l'unité, est contenu dans la partie correspondante du dividende.

Nous venons de dire qu'on ne pouvait jamais avoir au quotient qu'un nombre simple, et par conséquent 9 au plus ; il nous reste à en expliquer la raison, et la voici :

45. Chaque dividende partiel ne peut avoir qu'un chiffre de plus que le diviseur ; et ce cas n'arrive que lorsqu'à parité de nombre, ce dividende partiel est moindre que le diviseur. Or si, dans une des divisions partielles, on pouvait mettre seulement 10 au quotient, il en résulterait que le produit du quotient par le diviseur serait le diviseur même suivi d'un zéro (33), et par conséquent un nombre plus grand que le dividende partiel : donc, etc.

Le principe générique suivant offre le résumé de tout ce qui vient d'être prescrit plus haut pour la division.

46. Écrivez le diviseur à la droite du dividende; séparez-les par un trait, et soulignez le diviseur pour marquer la place du quotient. Prenez ensuite, sur la gauche du dividende, autant de chiffres qu'en a le diviseur; ou bien un de plus, dans le cas où, à parité de nombre, le diviseur se trouverait plus grand que ce dividende partiel. Cherchez ensuite combien de fois le premier chiffre du diviseur est contenu dans le premier, ou les deux premiers chiffres du dividende partiel; multipliez ce quotient par le diviseur; et si le produit était trop grand, pour être soustraît du dividende partiel, diminuez successivement le quotient d'autant d'unités qu'il sera nécessaire, pour obtenir un produit tel que, retranché du dividende partiel, il ne laisse pas un reste plus grand que le diviseur. Car alors, ce serait une preuve que le quotient aurait été trop diminué, et, par la même raison, il faudrait l'augmenter en conséquence. Après avoir retranché ledit produit du premier dividende, abaissez à côté de ce reste le chiffre suivant du dividende total, et cherchez de la même manière combien ce dividende partiel contient le diviseur. Ecrivez à la suite du quotient le nombre trouvé; multipliez-le par le diviseur, retranchez ce produit du dividende partiel, et continuez d'opérer de la même manière, jusqu'à ce que vous ayez abaissé tous les chiffres du dividende proposé. Si, dans le cours de ces divisions partielles, il se trouvait quelque dividende qui ne contînt pas le diviseur, il faudrait, avant d'abaisser un nouveau chiffre du dividende total, écrire un zéro au quotient. Et si, au lieu d'un chiffre, il devenait nécessaire d'en abaisser un second, un troisième, il faudrait de même poser un second, un troi-

sième zéro au quotient, pour y tenir lieu de ces divers ordres d'unités qui ne s'y trouveraient pas. Voici trois exemples qui offrent l'application de ces divers cas:

I^er^ ex.		II^e^		III^e^	
119720	584	1382070	345	12401488	248
1168	205	1380	4006	0000	50006
2920		2070		1488	
0000		0000		0000	

47. On peut abréger la méthode précédente, en se dispensant d'écrire, sous chaque dividende partiel, le produit qui naît de la multiplication du diviseur par le quotient; et, pour suppléer à cette omission, on effectue successivement de mémoire la soustraction au fur et à mesure qu'on multiplie chaque chiffre du diviseur. L'exemple suivant va achever d'éclaircir notre idée:

3^e^ EXEMPLE.

On veut partager 596543 *francs entre* 684 *personnes: on demande quelle sera la part de chacune?*

Puisqu'il s'agit de partager 596543 francs entre 684 personnes, et par conséquent de partager le nombre proposé en 684 parties égales, il est évident que, pour connaître la part de chaque personne, il faut diviser 596543 par 684, et que le quotient exprimera des francs. Divisons donc d'après le procédé d'abréviation que nous venons d'indiquer:

596543	
4934	684
1463	872 $\frac{95}{684}$ francs.
95	

Dans cette occasion, je commence par prendre les

4 premiers chiffres du dividende, parce que les 3 premiers font une somme moindre que le diviseur. Puis je cherche, non pas combien 6 (attendu que le second chiffre 8 du diviseur est plus grand que 5), mais combien 7 est contenu dans 59 ; et, après avoir trouvé 8 pour quotient, au lieu de porter, comme dans les exemples précédents, le produit de 684 par 8 sous 5965, voici comment j'y supplée :

Je multiplie d'abord 4 par 8, ce qui me donne 32 ; et, pour retrancher ce produit des unités du dividende partiel, j'ajoute au chiffre 5, par lequel il est terminé, 3 dixaines que j'emprunte sur le chiffre voisin 6 ; ce qui fait 35, desquels retranchant 32, il reste 3 que j'écris au-dessous de 5 ; et je retiens les 3 dixaines empruntées pour les ajouter au produit suivant.

Je continue la multiplication du quotient par les dixaines du diviseur, et je dis : 8 fois 8 font 64, et 67 en y comprenant les 3 dixaines que je viens de retenir ; et, comme je ne saurais retrancher 68 de 6, j'emprunte encore sur le chiffre voisin 9, 7 dixaines ; ce qui fait bien en tout 76, desquels retranchant 67, il reste 9 que j'écris au-dessous de 6 : par ce moyen, j'ai eu égard à l'emprunt précédent des 3 dixaines qui auraient dû diminuer d'autant 6, puisque j'ai retranché 3 dixaines de plus. Je tiendrai également compte tout-à-l'heure des 7 autres dixaines que je viens d'emprunter.

Je continue à multiplier par les centaines du diviseur, en disant : 6 fois 8 font 48, et en y comprenant les 7 dixaines que je viens de retenir, font 55 qui, retranchés de 59, laissent un reste de 4 que j'écris au-dessous de 9.

A côté de ce reste 493, j'abaisse le chiffre suivant 4 du dividende, et, par la raison alléguée un peu plus

haut, je cherche encore, non pas combien 6, mais combien 7 est contenu dans 49 ; il y est contenu 7 fois que j'écris au quotient. Puis, je dis : 4 fois 7 font 28 ; et, comme je ne saurais soustraire 28 de 4, mais bien de 34 (attendu que j'emprunte les 3 dixaines sur le chiffre voisin), j'écris le reste 6 au-dessous de 4.

Je continue : 7 fois 8 font 56, et 59 en y comprenant les 3 dixaines que je viens de retenir ; et, retranchant 59, non pas de 3, mais de 63 (attendu que j'emprunte 6 dixaines sur le chiffre voisin 9), j'écris le reste 4 au-dessous de 3. Six fois 7, dis-je encore, font 42, et 48 avec les 6 dixaines que je viens de retenir ; je retranche 48 de 49, et j'écris le reste 1 au-dessous de 9.

Enfin, à côté du reste 146, j'abaisse le dernier chiffre 3 du dividende total ; et, cherchant combien 6 est contenu dans 14, j'écris 2 au quotient, et je dis : 2 fois 4 font 8 qui, retranchés de 13, laissent pour reste 5 que j'écris au-dessous de 3 : 2 fois 8 font 16, et avec la dixaine que je viens d'emprunter, font 17 qui, retranchés de 26, me laissent pour reste 9 que j'écris au-dessous de 6. Enfin 2 fois 6 font 12, et 14 avec les 2 dixaines que je viens de retenir ; et 14 retranchés de 14 ne laissant aucun reste, il résulte que le quotient 872 francs et $\frac{95}{684}$ exprime la part de chaque personne.

48. *Quand le dividende et le diviseur sont terminés par des zéro, on peut en supprimer un pareil nombre à la suite de chacun d'eux, sans altérer le quotient.*

Ainsi, si j'avais par exemple 64000 à diviser par 3200, je me contenterais de diviser 640 par 32, et le quotient 20 qui en résulterait serait le même que si je n'avais pas supprimé les deux zéro.

La raison de ce procédé est qu'on ne fait que changer le nom des unités. En effet, 64000 ou 640 centaines deviennent, par la suppression des deux zéro, 640 unités ; et 3200 ou 32 centaines deviennent, à leur tour et par la même raison, 32 unités. Mais on sent fort bien que 640 centaines ne contiennent pas autrement 32 centaines, que 640 unités ne contiennent 32 unités.

49. *Quand le dividende est terminé par un certain nombre de zéro, et que le diviseur s'en trouve accompagné d'un pareil nombre précédé de l'unité, le procédé ordinaire de la division disparaît, et tout se borne à supprimer les zéro du dividende.*

Ainsi, si j'avais 645000 à diviser par 1000, je supprimerais les 3 zéro du dividende, et j'aurais pour quotient 645.

En effet, supprimer à l'extrémité d'un nombre un, deux, trois, etc., zéro, c'est rendre 10 fois, 100 fois, 1000 fois, etc., plus petite, chacune des collections d'unités dont ce nombre se compose (12). C'est par conséquent le diviser par 10, par 100, par 1000. Donc, etc.

50. *Pour prendre la moitié, le quart, le huitième, en un mot une partie quelconque d'un nombre, il faut le diviser par 2, par 4, par 8; c'est-à-dire par le nombre qui marque combien de fois la partie cherchée est contenue dans le tout* : car le diviseur exprimant combien de fois le quotient est contenu dans le dividende (39), si ce diviseur est 2, 4, 8, etc., on trouvera un quotient contenu 2, 4, 8 etc., fois, dans le dividende ; c'est-à-dire qui en sera la moitié, le quart, le huitième, etc.

Voici trois exemples de division pour s'exercer :

224	4	16380	455	3639600	8425
24	56	2730	36	26960	432
00		0000		16850	
				00000	

De la preuve de l'addition et de la soustraction.

51. Quoique les principes sur lesquels repose une opération soient d'une vérité incontestable, il peut arriver que des erreurs de calcul dans les détails, conduisent à de faux résultats. C'est précisément pour s'assurer de leur exactitude, qu'on a recours à une opération inverse de la première, et que pour cette raison on appelle *preuve*. C'est ainsi que la soustraction sert de preuve à l'addition, et l'addition à la soustraction.

Pour faire la preuve de l'addition, il faut recommencer la même opération dans un ordre tout opposé ; c'est-à-dire ajouter les unités de chaque colonne, en commençant par la plus extrême à gauche, et retrancher la somme de cette première colonne, de celle qui lui répond dans la somme totale ; ensuite il faut écrire au-dessous ce reste, qu'on regardera comme autant de dixaines, pour les joindre au chiffre suivant de ladite somme totale. Puis on passera à la seconde colonne, et on retranchera la somme trouvée de la totalité du nombre formé par le reste précédent joint au chiffre suivant de la somme totale, en continuant encore de regarder ce reste comme exprimant des dixaines. On poursuivra de la même manière à l'égard des autres colonnes, et si l'opération a été bien faite, la soustraction de la dernière colonne ne devra laisser aucun reste.

Appliquons ce principe à l'exemple suivant :

$$\begin{array}{r} 93476 \\ 15032 \\ 4631 \\ \hline 113139 \text{ somme.} \\ 11100 \text{ preuve.} \end{array}$$

Pour m'assurer que 113139 est bien la somme des trois nombres proposés, je reprends l'addition de gauche à droite, et je dis : la somme de la première colonne est 10 qui, retranchés de 11, laissent pour reste 1, ou une dixaine qui, jointe avec le chiffre suivant, fait 13.

La somme de la seconde colonne est 12 qui, retranchés de 13, laissent pour reste 1, ou une dixaine qui, jointe au chiffre suivant, fait 11.

La somme de la troisième colonne est 10 qui, retranchés de 11, laissent pour reste 1, ou une dixaine qui, jointe au chiffre suivant, fait 13.

La somme de la quatrième colonne est 13 qui, retranchés de 13, ne laissent aucun reste ; c'est pourquoi j'écris 0. Enfin la somme de la cinquième et dernière colonne est 9 qui, retranchés de 9, ne laissent non plus aucun reste : partant mon résultat est juste.

Car on sent fort bien que ce procédé consistant à retrancher successivement de la somme totale toutes les dixaines et unités de mille, toutes les centaines, toutes les dixaines, et toutes les unités simples que renfermaient les nombres proposés, en dernière analyse il ne peut rien rester.

52. *La preuve de la soustraction se fait en ajoutant la différence trouvée avec le plus petit nombre donné : si l'opération a été bien faite, la somme qui*

en résulte doit être égale au plus grand de ces deux nombres.

Ainsi, pour m'assurer de l'exactitude du calcul, dans le premier exemple de la soustraction,

$$\begin{array}{r} 5726 \\ 3924 \\ \hline 1802 \text{ différence.} \\ \hline 5726 \text{ preuve.} \end{array}$$

J'ajoute le plus petit nombre avec la différence ; et ayant trouvé pour somme 5726, nombre égal au plus grand, j'en conclus que le premier résultat était exact.

En effet, la différence exprime ce qui manque au plus petit nombre pour égaler le plus grand ; donc, si l'on ajoute cette même différence au plus petit nombre, on doit nécessairement reproduire le plus grand.

De la preuve de la multiplication et de la division.

53. La multiplication et la division se servent réciproquement de preuve comme l'addition et la soustraction.

Cette vérité dérive immédiatement de la nature même de ces deux opérations. En effet, puisque multiplier c'est prendre le multiplicande autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur, il suit de là que le produit contient le multiplicande autant de fois que l'unité est contenue dans le multiplicateur ; et que, par conséquent, si l'on divise ce produit par le multiplicande, on doit trouver pour quotient le multiplicateur. Or comme il est permis de prendre le multiplicande pour le multiplicateur, et réciproquement (20), on doit tirer de là la conclusion suivante :

54. *Si l'on divise le produit d'une multiplication par l'un de ses facteurs, on doit trouver pour quotient l'autre facteur* (*).

55. De même, puisque dans une division le quotient indique combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende, il s'en suit que *si l'on multiplie le diviseur par le quotient, on doit reproduire le dividende.* Il est sous-entendu néanmoins que pour reproduire ce dividende d'une manière exacte, il est nécessaire, si la division a laissé un reste, de l'ajouter au produit (**).

Sur quelques usages de la multiplication.

56. La multiplication, dont l'usage est très-étendu, est souvent appliquée à la réduction des unités d'une certaine espèce, en unités d'une plus petite espèce ; comme à celle de pistoles en réaux, et de ceux-ci en maravédis ; ou bien des livres en sous, et des sous en deniers, etc., à cet effet, *il faut multiplier successivement la somme des unités de la*

(*) Indépendamment de cette preuve générale, chacun peut s'en faire de particulières. On peut, par exemple, doubler, tripler un des facteurs de la multiplication, et voir si le produit de celui-ci par l'autre est double ou triple du produit trouvé ; ou bien encore, on peut multiplier le double ou le triple de l'un des facteurs par la moitié ou le tiers de l'autre, et alors on doit avoir un nouveau produit égal au premier.

(**) Même observation pour la preuve de la division que pour celle de la multiplication. On peut multiplier le dividende par 2 ou par 3 par exemple, et alors on doit avoir un quotient double ou triple du premier quotient déja trouvé.

plus grande espèce, par le nombre qui exprime combien de fois chacune de ces unités contient celle en laquelle on veut réduire.

Ainsi, si l'on me demande combien 12 pistoles, 17 réaux, et 13 maravédis valent de maravédis, comme la pistole vaut 32 réaux, je multiplie les 12 pistoles par 32 ; et au produit 384, ajoutant les 17 réaux, j'ai 401 réaux en tout.

Comme 1 réal vaut 34 maravédis, je multiplie encore ces 401 réaux par 34 ; et au produit 13634, ajoutant les 13 maravédis, j'ai 13647 maravédis pour la valeur totale des 12 p^{les} 17 r^{aux} 13 m^{dis}.

57. Pareillement, pour réduire 5^{tt} 3^{s} 9^{d} tout en deniers, comme 1 livre vaut 20 sous, je multiplie 5 par 20, ce qui donne 100 sous et 103 sous, en y comprenant les 3 sous ; je multiplie ces 103 sous par 12 pour avoir des deniers, et au produit 1236, ajoutant les 9 deniers, je trouve que les 5^{tt} 3^{s} 9^{d} valent 1245 deniers en tout, c'est-à-dire 1245 fois la 240^{e} partie d'une livre.

Sur quelques usages de la division.

58. La division sert, entre autres usages, à convertir des unités d'une certaine espèce, en unités d'une espèce supérieure ; comme, par exemple, des pouces en pieds, et ceux-ci en toises, des deniers lubs de Hambourg, en sous lubs, et ces derniers en marcs de banque, etc., à cet effet, *il faut diviser successivement la somme des unités de la plus petite espèce, par le nombre qui exprime combien il faut de ces unités pour en composer une de l'espèce supérieure en laquelle on veut les convertir.*

Ainsi, si l'on me demande combien 4936 deniers lubs de Hambourg valent de marcs de banque, comme 12 deniers lubs font 1 sou lub, il est évident qu'autant de fois le nombre proposé 4936 contiendra 12, autant il contiendra de sous lubs. Je commence donc par prendre le douzième (50) de 4936, qui est 411 sous, plus 4 deniers de reste; et comme 16 sous lubs font 1 marc de banque, pour évaluer ces 411 sous en marcs, j'en prends le seizième, qui est 25 plus 11 sous de reste; et je trouve par ce moyen 25 marcs 11 sous 4 deniers lubs, pour la valeur totale des 4936 deniers.

Des fractions.

59. Les restes de division conduisent naturellement à ce qu'on appelle *fractions* ou *nombres rompus*, qui servent à exprimer une ou plusieurs parties égales d'un entier. On entend par entier, un nombre quelconque considéré comme un tout.

Ainsi dans l'exemple 1^er^ du n° 42, où il s'agissait de savoir combien 9878 réaux de plate contenaient de piastres, après avoir trouvé 1234 pour quotient, il a demeuré 6 de reste. Nous nous sommes arrêtés à ce point de l'opération où la division est devenue impossible, et le quotient dans son intégrité a été 1234 $\frac{6}{8}$ de piastre; c'est-à-dire 1234 piastres et 6 réaux. Ces $\frac{6}{8}$ sont une fraction dans laquelle 8 est le nombre qui exprime un tout; et ce tout est la piastre que l'on conçoit partagée en huit parties égales, appelées *réaux*.

60. Il a donc fallu *rompre* ou décomposer la piastre, pour évaluer des restes plus petits qu'elle. Ces restes, qui sont ici des réaux, sont appelés nombres rompus ou fractions.

Ainsi le réal n'est qu'une fraction de la piastre; mais il devient en même temps un nombre entier

quand on le compare à quelque autre unité plus petite, comme par exemple au maravédis.

Car, pour évaluer des restes plus petits que le réal, il a fallu le rompre à son tour en un certain nombre de parties égales, qu'on a appelées maravédis, et on est convenu qu'il faudrait 34 de ces parties pour composer 1 réal. Celui-ci est donc un tout par rapport aux maravédis, comme la piastre est un tout par rapport aux réaux; et le maravédis n'est que la 272^e^ partie de cette même piastre.

61. Pour former une fraction, il faut, comme on voit, le concours de deux nombres qui s'écrivent l'un au-dessous de l'autre, avec un trait de séparation. Le nombre placé au-dessus du trait, qui s'énonce le premier, se nomme *numérateur*, parce qu'il sert à compter le nombre des parties que l'on prend; et celui écrit au-dessous s'appelle *dénominateur*, parce qu'il donne son nom à la fraction, en indiquant en combien de parties égales l'unité a été partagée. Ainsi dans $\frac{6}{8}$, qu'il faut énoncer *six huitièmes*, 6 est le numérateur, et 8 le dénominateur; on les appelle encore, d'un nom commun, les *deux termes* de la fraction.

62. Voilà deux idées bien distinctes qui sont comme inséparables de toute fraction. En effet je ne saurais énoncer $\frac{6}{8}$, par exemple, sans concevoir en même temps que le tout dont il s'agit a été divisé en 8 parties égales, et qu'on prend six de ces mêmes parties; de sorte que $\frac{6}{8}$ valent six huitièmes de l'unité; car $\frac{6}{8}$ valent la huitième partie de 6 unités, puisque pour avoir la huitième partie de 6, il faudrait diviser 6 par 8 (50). Or il est évident que la huitième partie de 6 unités, ou les $\frac{6}{8}$ d'une unité, ne sont qu'une seule et même chose, puisqu'il est vrai

de dire que, dans les deux cas, on aura pris six fois la huitième partie d'une unité.

63. En énonçant les nombres exprimés par les dénominateurs, il faut avoir soin d'ajouter la terminaison *ième*, à moins que ces dénominateurs ne soient 2, 3 ou 4, qui se prononcent *moitiés* ou *demis*, *tiers*, *quarts*. Ainsi les trois fractions suivantes : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ doivent s'énoncer, *un demi*, *deux tiers*, *trois quarts*. A ces trois exceptions près, la terminaison *ième* est invariable. Par conséquent, pour énoncer ces autres fractions $\frac{4}{17}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{11}{39}$, on prononcera *quatre dix-septièmes*, *neuf vingt-quatrièmes*, *onze trente-neuvièmes*.

64. Puisque les restes de division ne sont autre chose que des fractions, on peut considérer ces dernières d'une manière tout-à-fait générale, et établir que, *dans toute fraction le numérateur est un vrai dividende, le dénominateur un véritable diviseur*, *et la fraction elle-même le véritable quotient.*

Ainsi dans $\frac{7}{11}$, 7 est le dividende, 11 le diviseur, et $\frac{7}{11}$ le quotient résultant de cette division; c'est-à-dire que le nombre 7 ne contient le nombre 11 que les sept onzièmes d'une fois seulement, ou la onzième partie de sept fois.

65. Cette façon de parler que 7 contient 11 sept onzièmes de fois, paraît d'abord incompatible avec l'idée qu'on attache au mot *contenir*, qui, en toute rigueur, ne devrait s'appliquer qu'à un dividende plus grand, ou du moins aussi grand que son diviseur. Mais elle n'en est pas moins exacte pour cela. Car, tout comme on conçoit qu'un nombre en contient un autre un certain nombre de fois, ou une fois seulement, on peut bien concevoir aussi qu'un nombre n'en contient pas un autre, une unité de fois tout entière, mais une portion de fois, ou une fraction de fois.

La même fraction $\frac{7}{11}$, je puis la considérer encore sous un autre point de vue qui fixe les idées d'une manière plus positive. Je puis regarder 7 comme un tout qui doit être partagé ou divisé en onze parties égales : et alors le résultat de cette division, ou la valeur d'une de ses parties, serait une véritable fraction de la quantité primitive. Mais ces deux cas n'en rentrent pas moins pour cela dans celui où l'on cherche combien un nombre en contient un autre, et dépendent du principe invariable que *le quotient multiplié par le diviseur doit reproduire le dividende.*

66. Quand la division pure et simple entre deux nombres est réellement impossible (ce qui arrive toutes les fois que le dividende est plus petit que le diviseur), comme par exemple, entre 5 par 8, et 9 par 13, ces nombres forment des fractions proprement dites, qui seraient $\frac{5}{8}$ d'une part et $\frac{9}{13}$ de l'autre.

Si, au contraire, le numérateur égale ou surpasse le dénominateur, comme dans $\frac{6}{6}$, $\frac{21}{4}$, alors ce ne sont plus que des fractions improprement dites, ou, si l'on aime mieux, des *expressions fractionnaires*, puisque ces quantités expriment un entier ou plus d'un entier.

Dans le premier cas, c'est l'unité reproduite sous une autre forme. Car ces expressions fractionnaires $\frac{3}{3}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{6}{6}$ signifient, comme dans tous les cas semblables, qu'on a divisé l'unité en un certain nombre de parties égales, et que l'on prend toutes ces parties : dans le second cas où il s'agit de $\frac{21}{4}$, cela suppose qu'on l'a divisée en un certain nombre de parties égales, et que l'on prend au-delà de la somme de ces parties.

67. Pour extraire les entiers qui se trouvent contenus dans une expression fractionnaire, *il faut diviser le numérateur par le dénominateur, et s'il demeure un*

reste, en faire le numérateur d'une fraction à laquelle on donnera le même dénominateur.

Ainsi, si je veux savoir combien $\frac{15}{6}$ contiennent d'entiers, je divise 15 par 6, et au quotient 2 je joins le reste 3 avec le dénominateur 6; de sorte que $\frac{15}{6}$ valent 2 entiers plus $\frac{3}{6}$.

Ce principe dérive immédiatement de l'essence même de la fraction. En effet nous avons déja vu que le dénominateur indiquait en combien de parties égales on concevait l'entier partagé, et que le numérateur désignait combien on prenait de ces mêmes parties. Donc autant de fois le numérateur contient le dénominateur, autant il contient d'entiers.

68. Il suit de là que *tout entier peut être mis sous la forme de fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur.* Car le quotient d'un nombre quelconque par 1 ne sera jamais que ce nombre même.

69. L'égalité de deux fractions ne dépend pas toujours de l'égalité de leurs signes numériques, mais du résultat de la division de leurs dénominateurs par leurs numérateurs. Quand le quotient résultant de la division des dénominateurs par leurs numérateurs réciproques, est égal de part et d'autre, ces deux fractions sont égales. Par exemple, $\frac{2}{4}$ sont égaux à $\frac{3}{6}$, parce que le numérateur 2 de la première de ces deux fractions est contenu dans son dénominateur 4, de la même manière que le numérateur 3 de la seconde est contenu dans son dénominateur 6; c'est-à-dire 2 fois.

La raison de cette égalité est facile à saisir. En effet, qu'on divise une pièce de cinq francs, par exemple, en cinq parties égales, et qu'on prenne une de ces parties; ou bien, qu'on la divise en dix parties égales, et qu'on prenne 2 de ces mêmes parties; il est évident que, dans les deux cas, on aura pris la valeur

de la cinquième partie de cette pièce, exprimée par $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{10}$. Dans le second cas, on la divise en deux fois plus de parties il est vrai; mais en revanche, on prend deux fois plus de ces mêmes parties. On opère donc, entre le nombre et l'espèce des parties, une compensation réelle, au moyen de laquelle la valeur de la fraction demeure la même malgré ce changement.

De même, qu'on divise une pièce de 1 franc en cent parties égales, et qu'on prenne 50 de ces parties; ou bien, qu'on la divise en dix parties égales, et qu'on prenne 5 de ces mêmes parties; il est évident que, dans les deux cas, on aura pris la moitié de la valeur de 1 franc, exprimée par 50 centimes ou $\frac{50}{100}$ d'une part, et par 5 décimes ou $\frac{5}{10}$ de l'autre. Dans le second cas, on prend dix fois moins de parties il est vrai; mais, en revanche, ces parties sont dix fois plus grandes. On opère donc, entre l'espèce et le nombre des parties, une compensation réelle, au moyen de laquelle la valeur de la fraction demeure la même malgré ce changement.

70. De là je conclus qu'*une fraction ne change point de valeur, quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par un même nombre.*

71. Et puisqu'une fraction ne saurait changer de valeur, par la multiplication ou la division de ses deux termes par un même nombre, et que ces termes ne sont autre chose qu'un dividende et un diviseur (64); et puisque d'ailleurs toute expression fractionnaire peut être assimilée à une fraction, j'en conclus encore qu'*on peut multiplier ou diviser un dividende et un diviseur par un même nombre, sans altérer la valeur du quotient.*

72. Si l'on s'est bien pénétré de ce qui vient d'être exposé un peu plus haut, et notamment au n° 69;

si l'on conçoit bien l'idée qu'on attache à une fraction, et qu'on se représente d'une manière bien nette les fonctions du numérateur et du dénominateur, d'après lesquelles il résulte que les mêmes opérations faites sur l'un et sur l'autre, produisent sur la quantité représentée par la fraction, des résultats tout-à-fait contraires; il sera facile de se rendre raison des conséquences suivantes qui en dérivent immédiatement, et qui tiennent de si près à l'axiome (1), qu'elles n'ont besoin d'aucune démonstration particulière.

73. *Une fraction est d'autant plus grande, que son numérateur est plus grand, ou que son dénominateur est plus petit.*

Ainsi $\frac{24}{27}$ est plus grand que $\frac{23}{27}$; $\frac{25}{26}$ est plus grand que $\frac{25}{27}$, et à plus forte raison, $\frac{24}{25}$ est-il plus grand que $\frac{23}{26}$.

74. *Une fraction est d'autant plus petite que son numérateur est plus petit, ou que son dénominateur est plus grand.*

Ainsi $\frac{22}{26}$ est plus petit que $\frac{23}{26}$; $\frac{24}{27}$ est plus petit que $\frac{24}{26}$, et à plus forte raison, $\frac{22}{26}$ est-il plus petit que $\frac{23}{25}$.

75. *Pour rendre une fraction un certain nombre de fois plus grande, c'est-à-dire pour la multiplier par un certain nombre, il suffit de multiplier son numérateur, ou de diviser son dénominateur par ce nombre même.*

Pour rendre, par exemple, la fraction $\frac{5}{24}$, 2 fois, 3 fois, 4 fois plus grande, je puis multiplier son numérateur 5, par 2, par 3, par 4; ce qui me donne pour produits, $\frac{10}{24}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{20}{24}$; ou bien encore, je puis

(1) On appelle axiome une proposition si évidente par elle-même, que l'énoncé seul suffit pour en apercevoir la vérité.

diviser successivement son dénominateur 24, par 2, par 3 et par 4; d'où il résulte les trois fractions suivantes, $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{6}$, respectivement égales aux trois précédentes. Quand les dénominateurs sont divisibles par les nombres proposés, le dernier moyen est préférable, en ce qu'il ménage des résultats plus simples.

76. *Pour rendre une fraction un certain nombre de fois plus petite, c'est-à-dire pour la diviser par un certain nombre, il suffit de diviser son numérateur ou de multiplier son dénominateur par ce nombre même.*

Pour rendre, par exemple, la fraction $\frac{12}{13}$, 2 fois, 4 fois, 6 fois plus petite, il est indifférent de diviser son numérateur 12, par 2, par 4, et par 6 (ce qui donne $\frac{6}{13}$, $\frac{3}{13}$, $\frac{2}{13}$), ou de multiplier son dénominateur 13 par ces mêmes nombres 2, 4 et 6; multiplication d'où résultent les trois fractions suivantes, $\frac{12}{26}$, $\frac{12}{52}$, $\frac{12}{78}$, respectivement égales aux trois précédentes. Quand les numérateurs sont divisibles par les nombres proposés, le premier moyen est préférable, en ce qu'il ménage des résultats plus simples.

77. Il suit de ce qui vient d'être exposé (75) que, *supprimer le dénominateur d'une fraction, c'est la multiplier par le nombre même qu'il exprime.* Ainsi, si dans $\frac{3}{5}$ je fais disparaître le dénominateur 5, le résultat sera 3 entiers, et la fraction proposée se trouvera multipliée par 5.

En effet, supprimer le dénominateur d'une fraction revient à le réduire à l'unité, en le divisant par lui-même, et dès-lors le numérateur n'exprimera plus que des entiers (68). Mais diviser le dénominateur par lui-même, ou multiplier le numérateur par ledit dénominateur (75), c'est multiplier la fraction, dans les deux cas, par le nombre qu'exprime ce dénominateur. Donc, etc.

De la réduction des fractions à un même dénominateur.

78. *Pour réduire deux fractions à un même dénominateur, il faut multiplier les deux termes de chacune par le dénominateur de l'autre.*

Si, par exemple, l'on veut réduire à un même dénominateur ces deux fractions $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{6}$, je multiplie d'abord les deux termes de la première fraction 2 et 5, chacun par le dénominateur 6 de la seconde fraction, et j'ai pour produit la nouvelle fraction $\frac{12}{30}$, parfaitement égale à la fraction $\frac{2}{5}$ (70).

Je multiplie pareillement les deux termes de la seconde fraction 3 et 6, chacun par le dénominateur 5 de la première, et il en résulte la nouvelle fraction $\frac{15}{30}$, parfaitement égale à $\frac{3}{6}$ (70). Par ce moyen, j'ai à substituer aux deux fractions proposées $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{6}$, ces deux-ci $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$, qui ont le même dénominateur, et qui leur sont respectivement égales.

79. S'il s'agissait de réduire plus de deux fractions au même dénominateur, *il faudrait multiplier les deux termes de chaque fraction, par le produit résultant de la multiplication des dénominateurs de toutes les autres fractions.*

Ainsi, si l'on me propose de réduire à un même dénominateur les trois fractions $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{8}$, je commence d'abord par multiplier les deux termes 3 et 5 de la première fraction par le produit 56 des dénominateurs 7 et 8 des deux autres fractions; et il en résulte la fraction $\frac{168}{280}$ égale à $\frac{3}{5}$ (70).

Je multiplie de même les deux termes 4 et 7 de la seconde fraction, par le produit 40 résultant de la multiplication des deux dénominateurs 5 et 8 entre eux; d'où naît la fraction $\frac{160}{280}$ égale à $\frac{4}{7}$ (70).

Enfin je multiplie encore les deux termes 3 et 8 de la dernière fraction par le produit 35, résultant de la multiplication des deux dénominateurs 5 et 7 entre eux; et il en résulte la fraction $\frac{105}{280}$ égale à $\frac{3}{8}$ (70).

Et, en récapitulant dans leur ordre naturel ces produits successifs qui ont servi à former ces nouvelles fractions, on a les trois suivantes $\frac{168}{280}$, $\frac{160}{280}$, $\frac{105}{280}$, respectivement égales aux trois fractions proposées $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ et $\frac{3}{8}$.

Il est aisé de se convaincre que, quel que soit le nombre de fractions sur lequel on opère, les nouveaux dénominateurs ne pourront pas manquer de devenir égaux entre eux, puisque chacun de ces dénominateurs n'est autre chose que le produit résultant de la multiplication de tous les dénominateurs entre eux des fractions primitives.

De la réduction des fractions à leur plus simple expression.

80. Une fraction est souvent susceptible d'être réduite à de moindres termes; c'est-à-dire d'être ramenée à une expression plus simple, en divisant ses deux termes par un même nombre. Soit la fraction $\frac{8}{12}$, par exemple, je vois au premier coup-d'œil, qu'en divisant son numérateur et son dénominateur, chacun par leur plus grand diviseur commun 4, elle peut être réduite à la fraction $\frac{2}{3}$ qui lui est égale, qui offre l'avantage d'être exprimée par de plus petits nombres, et dont, par conséquent, l'évaluation devient d'autant plus commode.

81. Mais cette facilité à découvrir le plus grand nombre qui divise exactement les deux termes d'une fraction, est bornée aux cas où ces termes sont eux-mêmes de petits nombres et des multiples commodes : sans quoi l'on est obligé de recourir tout de

suite au moyen direct de trouver ce plus grand diviseur commun, si l'on ne veut s'exposer au double inconvénient d'aller en tâtonnant, et d'en être souvent pour les frais de longs et inutiles essais. Nous ferons connaître tout-à-l'heure le procédé dont nous voulons parler. Cependant, quand on croira pouvoir l'éluder, on se dirigera d'après les considérations suivantes :

1° Tout nombre pair est divisible par 2; par conséquent si les deux termes d'une fraction sont des nombres pairs, il faut diviser d'abord par 2, et continuer ainsi la division tant qu'elle pourra se faire exactement. D'après ce principe je vois que la fraction $\frac{24}{56}$ se réduit successivement à $\frac{12}{28}$, $\frac{6}{14}$, $\frac{3}{7}$.

2° Tout nombre terminé par zéro est divisible par 10 et par 5; et tout nombre terminé par 5 est divisible par 5. Par conséquent $\frac{20}{30}$ se réduisent à $\frac{2}{3}$, et $\frac{25}{35}$ à $\frac{5}{7}$.

3° Tout nombre dont la somme des chiffres ajoutés ensemble fait 3 ou un multiple de 3, c'est-à-dire fait 6, 9, 12, 15, etc., enfin un nombre exact de fois 3, est divisible par 3. Ainsi les deux termes de la fraction $\frac{126}{741}$ sont divisibles par 3, parce que la somme des chiffres 1, 2, 6 du numérateur est 9; que celle des chiffres du dénominateur est 12, et que 9 et 12 sont des multiples de 3. Je réduis donc la fraction proposée à $\frac{42}{247}$.

4° Tout nombre dont la somme des chiffres ajoutés ensemble fait 9 ou un multiple de 9, c'est-à-dire un nombre exact de fois 9, est divisible par 9. Ainsi les deux termes de la fraction $\frac{756}{999}$ sont divisibles par 9, parce que la somme des chiffres 7, 5, 6 du numérateur est 18; que celle des chiffres du dénominateur est 27, et que 18 et 27 sont des multiples de 9. Je réduis donc $\frac{756}{999}$ à $\frac{84}{111}$.

Quand on a épuisé la division par 2, il faut essayer successivement des nombres premiers tels que 3, 5, 7, 11, etc.; c'est-à-dire de ceux qui n'ont d'autre diviseur qu'eux-mêmes ou l'unité. Car on sent fort bien qu'après avoir essayé en vain de diviser par 2 et par 3, par exemple, il serait tout aussi inutile d'essayer par 4 et par 6; puisque si ces secondes divisions pouvaient avoir lieu, à plus forte raison les premières auraient-elles réussi.

Il est bon d'observer en passant que, quoique tout nombre divisible par 9 soit divisible par 3, tout nombre divisible par 3 n'est pas divisible par 9.

82. Mais, encore un coup, le meilleur moyen de réduire une fraction à sa plus simple expression, est d'en diviser les deux termes par le plus grand diviseur commun qu'ils puissent avoir : et voici le procédé à suivre pour trouver ce diviseur, lorsque la fraction proposée est susceptible de réduction.

Divisez le plus grand par le plus petit terme; si la division se fait exactement, ce plus petit terme sera le diviseur cherché; si au contraire cette première division laisse un reste, divisez ce plus petit terme par ce reste, et si la division se fait exactement, ce premier reste sera le diviseur demandé; si cette seconde division laisse encore un reste, divisez le premier par ce second reste, et poursuivez successivement cette division des restes précédents par les derniers restes, jusqu'à ce que vous parveniez à avoir un quotient exact; et, dans ce cas, le dernier reste sera le diviseur demandé. Si, en dernière analyse, on trouvait l'unité pour reste, ce serait une preuve que la fraction est irréductible. Éclaircissons le précepte par un exemple, et supposons qu'il s'agisse de réduire à sa plus simple expression la fraction $\frac{803}{2117}$.

Je commence par diviser le plus grand terme 2117 par le plus petit 803, je trouve 2 pour quotient, et 511 de reste; je divise le plus petit terme 803 par ce premier reste 511, le quotient est 1, plus 292 de reste; je divise 511 par ce second reste 292, et je trouve pour quotient 1, plus 219 de reste; je divise encore ce second reste 292 par le troisième reste 219, ce qui me donne 1 pour quotient avec 73 de reste; enfin, je divise le reste précédent 219 par le quatrième reste 73; la division se fait exactement, puisque je trouve 3 pour quotient sans aucun reste; et j'en conclus que le dernier reste 73 est le plus grand diviseur commun que puisse avoir la fraction proposée $\frac{803}{2117}$; et que, par conséquent, en divisant ses deux termes par ce même nombre 73, elle peut être réduite à $\frac{11}{29}$, qui est l'expression la plus simple qu'on puisse lui substituer, sans en changer la valeur.

En reprenant dans un ordre inverse les divisions successives qui nous ont conduit à ce résultat, il est bien facile de comprendre comment 73 doit diviser les deux termes 803 et 2117 de la fraction proposée. En effet, on vient de voir que 73 divise 219, il doit donc diviser 292 qui est composé de 219 et de 73; il doit diviser pareillement 511 qui est composé de 292 et de 219; il doit diviser encore 803 qui est composé de 511 et de 292; enfin, toujours par la même raison, il doit diviser 2117, puisque 2117 est composé de deux fois 803, et de 511.

En reprenant actuellement la même opération dans son ordre naturel, il est tout aussi facile de prouver que 73 est le plus grand diviseur commun des deux termes de la fraction proposée. Car il ne peut y avoir de diviseur commun entre 2117 et 803 qui ne le soit entre 803 et 511; il ne peut y en avoir non plus entre 803 et 511 qui ne le soit en même temps entre 511 et 292; il ne peut y en avoir encore entre 511 et 292 qui ne le soit aussi entre 292 et 219; enfin, il ne peut y en avoir entre 292 et 219 qui ne le soit pareillement entre 219 et 73. Mais entre ces deux derniers nombres, il est de la dernière évidence qu'il ne peut y avoir de plus grand diviseur commun que 73. Donc, etc.

De l'addition et de la soustraction des fractions.

83. *Pour ajouter plusieurs fractions, ou retrancher une fraction d'une autre, il faut, quand elles n'ont pas un même dénominateur, commencer par les y réduire, et donner ensuite à la somme ou à la différence de leurs numérateurs, le dénominateur commun.*

Ainsi je trouve, d'après ce principe, que la somme des deux fractions $\frac{2}{8}$ et $\frac{5}{8}$ est $\frac{7}{8}$, et que leur différence est $\frac{3}{8}$.

84. Si c'était sur des nombres mixtes qu'on eût à opérer, c'est-à-dire sur des entiers accompagnés de fractions, il faudrait commencer par convertir les entiers en fractions de même espèce que celles auxquelles ils sont joints; et on procéderait ensuite selon qu'on vient de le prescrire (83).

S'il s'agit, par exemple, de soustraire $5\frac{7}{9}$ de $8\frac{3}{13}$, je réduis d'abord en treizièmes les 8 entiers, en multipliant 8 par 13, et j'ai en tout $\frac{107}{13}$ d'une part; je réduis de même les 5 entiers en neuvièmes, en multipliant 5 par 9, ce qui me donne $\frac{52}{9}$ d'une autre; je réduis ensuite ces deux expressions fractionnaires $\frac{107}{13}$, $\frac{52}{9}$ au même dénominateur (78); et, par ce moyen, j'ai à retrancher $\frac{676}{117}$ de $\frac{963}{117}$: et, en effectuant la soustraction, je trouve $\frac{287}{117}$ pour reste.

85. Quand les fractions qui font partie de ces nombres mixtes ont un même dénominateur, il est

inutile d'y joindre les entiers, lors même que la fraction à soustraire excède l'autre. Ainsi, si j'ai $4\frac{6}{7}$ à soustraire de $8\frac{4}{7}$, comme je ne puis retrancher $\frac{6}{7}$ de $\frac{4}{7}$, j'emprunte sur les 8 entiers une unité qui vaut $\frac{7}{7}$; ce qui me fait en tout $\frac{11}{7}$ desquels retranchant $\frac{6}{7}$, il reste $\frac{5}{7}$: retranchant ensuite 4 de 7 seulement qui demeurent après l'emprunt, j'ai pour reste total $3\frac{5}{7}$.

De la multiplication des fractions entre elles, et des entiers par une fraction.

86. *Pour multiplier une fraction par une autre, il faut multiplier les deux numérateurs entre eux, et donner pour dénominateur à ce produit celui des deux dénominateurs. La nouvelle fraction qui en résultera sera le produit cherché.*

Ainsi, si j'ai à multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{4}{5}$, je multiplie 2 par 4, ce qui me donne 8 pour numérateur de la nouvelle fraction; je multiplie de même 3 par 5 qui font bien 15, que je donne pour dénominateur au premier produit 8, et la fraction $\frac{8}{15}$ exprime le produit de $\frac{2}{3}$ multipliés par $\frac{4}{5}$; et en voici la preuve:

Si j'avais $\frac{2}{3}$ à multiplier par 4 au lieu de $\frac{4}{5}$, c'est-à-dire qu'il s'agît de rendre la fraction $\frac{2}{3}$ 4 fois plus grande, tout se bornerait à multiplier par 4 le numérateur 2 du multiplicande (75), et le produit serait $\frac{8}{3}$; mais ce n'était point par 4 entiers que j'avais à multiplier, c'était par $\frac{4}{5}$, c'est-à-dire par une quantité cinq fois plus petite; ce produit $\frac{8}{3}$ est par conséquent 5 fois trop grand, il s'agit donc de le rendre 5 fois plus petit: c'est pourquoi je multiplie son dénominateur 3 par 5 (76), et la fraction $\frac{8}{15}$ est le produit exact que je cherchais, et qui est formé, comme on voit, par la multiplication des deux numérateurs et des deux dénominateurs des deux fractions proposées; ce qui était précisément l'objet de la démonstration.

87. Puisqu'on peut mettre tout entier sous la forme de fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur (68), il est évident que le principe relatif à la multiplication de deux fractions entre elles s'applique tout naturellement à la multiplication des entiers par des fractions.

Ainsi, si j'ai 5 à multiplier par $^3/_4$, par exemple, ou, ce qui est la même chose, $^5/_1$ à multiplier par $^3/_4$, la multiplication d'un nombre par l'unité ne pouvant rien ajouter au multiplicande, le produit sera $^{15}/_4$; et par conséquent on peut dire que, *en général, pour multiplier un entier par une fraction, il faut multiplier cet entier par le numérateur de cette fraction, et conserver son dénominateur au produit.*

Le même principe serait applicable à la multiplication des fractions par des entiers, mais le procédé déja indiqué (75) offre un moyen encore plus complet.

88. Si l'on avait à multiplier des nombres mixtes entre eux, on préparerait la multiplication comme nous l'avons déja indiqué (84), et l'opération se trouverait ramenée ainsi au cas précédent.

89. Nous venons de donner le procédé générique pour la multiplication des fractions; mais il est des cas où l'on peut employer des moyens plus expéditifs: ainsi, si l'on me propose de multiplier 248564 francs par $\frac{19}{24}$, au lieu de multiplier d'abord le nombre proposé par 19, et d'en diviser ensuite le produit par 24, pour l'évaluer (67); j'abrége l'opération, en la ramenant à une multiplication par parties aliquotes, dont nous parlerons incessamment, et je raisonne ainsi:

Multiplier 248564 francs par $\frac{19}{24}$, c'est prendre le nombre proposé $\frac{19}{24}$ de fois seulement. Or, puisque pour $\frac{24}{24}$ ou 1 entier, le produit ne serait autre chose que le multiplicande lui-même, je le décompose d'abord en $\frac{12}{24}$, puis en $\frac{6}{24}$, et puis enfin en $\frac{1}{24}$ comme ci-après :

248564f.
    0 $\frac{19}{24}$

124282 p^r. $\frac{12}{24}$ la $\frac{1}{2}$ du multiplicande.
62141 p^r. $\frac{6}{24}$ la $\frac{1}{2}$ du prod. précéd. ou le $\frac{1}{4}$ du mult^{de}.
10356 $\frac{5}{6}$ p^r. $\frac{1}{24}$ le $\frac{1}{6}$ du dernier produit.

196779 $\frac{5}{6}$ fr.

Par ce moyen j'ai pour produit total et pour réponse, 196779 $\frac{5}{6}$ francs.

Pareillement, et toujours d'après le même raisonnement, s'il s'agit de multiplier entre elles les deux fractions suivantes, $\frac{344}{658} \times \frac{36}{48}$, j'opère ainsi :

Pour $\frac{24}{48}$ je prends la moitié de $\frac{344}{658}$ qui est.... $\frac{172}{658}$.

Pour les $\frac{12}{48}$ restants, je prends la moitié de ce produit qui est........................ $\frac{86}{658}$.

Et additionnant ces deux produits (83), je trouve pour produit total.................. $\frac{258}{658}$.

De la division des fractions entre elles, et des entiers par une fraction.

90. *Pour diviser une fraction par une autre, il faut multiplier le numérateur de la première par le dénominateur de la seconde, et le dénominateur de la première par le numérateur de la seconde : la nouvelle fraction qui en résultera sera le quotient cherché.*

Ainsi, si j'ai $\frac{3}{4}$ à diviser par $\frac{2}{5}$, je multiplie le numérateur 3 du dividende par le dénominateur 5 du diviseur, ce qui me donne 15 pour numérateur de la

nouvelle fraction; je multiplie de même le dénominateur 4 du dividende par le numérateur 2 du diviseur, et du produit 8, j'en fais le dénominateur du premier produit 15; et la nouvelle fraction $\frac{15}{8}$ exprime le quotient de $\frac{3}{4}$ divisés par $\frac{2}{5}$.

En effet, si j'avais $\frac{3}{4}$ à diviser par 2 entiers, c'est-à-dire à rendre la fraction $\frac{3}{4}$ 2 fois plus petite, il suffirait de multiplier par 2 son dénominateur 4 (76). Mais ce n'était point par 2 entiers que je devais diviser, c'était par $\frac{2}{5}$, c'est-à-dire par une quantité cinq fois plus petite ; ce quotient $\frac{3}{8}$ est par conséquent 5 fois trop petit, il faut donc pour corriger cette erreur le rendre 5 fois plus grand; c'est pourquoi (75) je multiplie le numérateur 3 par 5, d'où il résulte la fraction $\frac{15}{8}$ qui est le quotient exact de $\frac{3}{4}$ divisés par $\frac{2}{5}$, et qui est précisément formé par l'application du principe que nous venons de poser, et qui était l'objet de la démonstration.

En dernière analyse, ce procédé revient à multiplier la fraction dividende par la fraction diviseur renversée.

91. Puisqu'on peut mettre tout entier sous la forme de fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur (68), il est évident que le principe relatif à la division de deux fractions entre elles s'applique tout naturellement à la division des entiers par des fractions.

Ainsi, si j'ai à diviser 3 par $^5/_7$ par exemple, ou, ce qui est la même chose, $^3/_1$ par $^5/_7$, la multiplication d'un nombre par l'unité ne pouvant rien ajouter au multiplicande, le quotient sera $^{21}/_5$; et par conséquent on peut dire que, *en général*, *pour diviser un entier par une fraction, il faut multiplier l'entier par cette fraction renversée.*

Le même principe serait applicable à la division des fractions par des entiers. Mais le procédé déja indiqué (76) offre un moyen encore plus complet.

92. Si l'on avait à diviser des nombres mixtes, on préparerait la division comme nous l'avons déja indiqué (84), et l'opération se trouverait ramenée ainsi au cas précédent.

93. *Quand les deux fractions ont le même dénominateur, tout se borne à diviser les numérateurs entre eux.*

Ainsi, si j'ai $^{12}/_{15}$ à diviser par $^{4}/_{15}$, je divise 12 par 4, et le quotient 3 est celui des deux fractions proposées.

Si j'ai au contraire $^{4}/_{15}$ à diviser par $^{12}/_{15}$, je divise 4 par 12, et le quotient $^{4}/_{12}$ ou $^{1}/_{3}$ est celui des deux fractions proposées. En voici la preuve :

Supprimer dans les fractions dividende et diviseur, leur dénominateur commun, c'est les multiplier par le nombre qu'il exprime (77). Mais il est prouvé qu'on peut multiplier un dividende et un diviseur par un même nombre, sans changer la valeur du quotient (71); on peut donc dire en général que *des fractions de même dénominateur donnent pour quotient celui de leur numérateur* (*).

(*) Voici un raisonnement qui, selon nous, généralise mieux les idées :

Nous avons déja vu (48) que le quotient ne dépend point de la grandeur des unités du dividende et du diviseur. Or, on ne fait que changer le nom des unités, en supprimant le dénominateur commun, puisque celui-ci ne sert qu'à en désigner la grandeur. Le quotient de la division d'un numérateur par l'autre, sera donc toujours le même, soit que l'on considère ces deux nombres comme exprimant des unités entières, ou des unités d'une grandeur quelconque, pourvu qu'elle soit la même de part et d'autre.

Des fractions de fractions.

94. Ce n'est pas seulement des fractions d'un ou de plusieurs entiers qu'on a souvent à évaluer, mais aussi des *fractions de fractions*. Car, de même qu'on a besoin du quart d'une pistole, par exemple, on peut avoir un nouveau besoin du tiers de ce quart, puis encore du sixième ou du huitième de ce quart et ainsi de suite. *On parvient à évaluer ces fractions de fractions, en les réduisant toutes à une seule, par la multiplication de tous les numérateurs et de tous les dénominateurs entre eux*; et cette nouvelle fraction, qui est dite *fraction composée*, est l'expression de la quantité cherchée, rapportée à l'unité primitive, comme nous allons le prouver tout-à-l'heure.

Ainsi les $\frac{3}{4}$ des $\frac{4}{5}$ d'une quantité quelconque équivalent aux $\frac{12}{20}$ ou $\frac{3}{5}$ de cette même quantité; et les $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$ valent $\frac{60}{120}$ ou $\frac{1}{2}$ de l'unité primitive; résultats que j'ai composés par la multiplication successive des numérateurs et des dénominateurs des fractions proposées.

Mais, avant d'en venir à la démonstration, appliquons-nous d'abord à bien déterminer le sens attaché à cette question : *prendre les* $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$? A cet effet, il faut considérer que cette dernière fraction représente les $\frac{4}{5}$ de l'unité primitive; que cette même quantité est prise à son tour pour unité, et qu'on en demande les $\frac{3}{4}$.

Cela posé, pour saisir actuellement la raison du principe que nous venons d'établir, il faut se reporter à la définition que nous avons donnée de la multiplication (17); et alors on verra clairement que prendre les $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ revient à multiplier $\frac{4}{5}$ par $\frac{3}{4}$, puisque c'est prendre $\frac{3}{4}$ de fois la fraction $\frac{4}{5}$; ce qui donne pour produit $\frac{12}{20}$ (86). De même prendre les $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{6}$, c'est prendre les $\frac{12}{20}$ de $\frac{5}{6}$, puisque nous venons de prouver que les $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ équivalent à $\frac{12}{20}$. Or, par la raison que nous venons d'alléguer, prendre les $\frac{12}{20}$ de $\frac{5}{6}$ revient à multiplier ces deux fractions ensemble; et, comme, quel que fût le nombre des fractions proposées, on prouverait successivement et de la même manière, que, dans toutes les questions semblables, la valeur demandée n'est autre chose que la fraction, ou l'expression fractionnaire composée, qui résulte du produit de la multiplication de tous les numérateurs et de tous les dénominateurs entre eux: donc, etc.

95. Les fractions de fractions méritent une attention toute particulière de la part de nos lecteurs. Car c'est à leur théorie qu'il faut ramener celle des *changes étrangers*, des *arbitrages de banque*, et en général celle de la comparaison des mesures, des poids et d'une infinité d'autres quantités. Par conséquent l'application de cette théorie est d'une utilité générale, non-seulement dans le commerce, mais dans beaucoup d'autres professions. Il faut donc, avant de passer outre, s'attacher à les bien comprendre, pour s'en faire les idées les plus nettes. Voici un exemple destiné à exercer l'intelligence à cet égard:

Supposé que le florin de Hollande vaille $\frac{15}{16}$ de marc de banque de Hambourg, qu'un marc de Hambourg vaille $\frac{1}{7}$ de pistole d'Espagne, et celle-ci les $\frac{5}{8}$ d'un louis d'or de France de 24 livres, on demande combien 30 florins de Hollande vaudront de louis d'or de France?

D'après l'énoncé de la question, on voit que le florin de Hollande est les $\frac{15}{16}$ de $\frac{1}{7}$ des $\frac{5}{8}$ d'un louis d'or. Par conséquent, pour connaître la valeur du florin de Hollande en louis d'or, il faut multiplier

toutes ces fractions les unes par les autres, ce qui donne $\frac{75}{896}$ pour ladite valeur.

Or, pour savoir actuellement combien 30 florins valent de louis d'or, je n'ai qu'à multiplier par ce nombre le numérateur 75 de la fraction ci-dessus (75), et en diviser le produit 2250 par le dénominateur 896, ce qui me donne, pour quotient et solution de la question, 2 $\frac{458}{896}$ louis d'or de 24 livres.

De l'évaluation des fractions.

96. L'évaluation des fractions est un des points les plus importants dans la banque. Mais avant tout, il faut s'accoutumer à les envisager sous leurs divers points de vue. Il est essentiel, sur-tout, de s'exercer à les évaluer de tête, et sans le secours de la plume. Cette sagacité devient absolument indispensable dans les négociations, comme nous le verrons par la suite, et, dans une infinité de cas, elle sert à abréger les calculs, et à ménager des résultats approximatifs, suffisants pour la pratique.

1er EXEMPLE.

97. *On demande combien valent les $\frac{3}{8}$ d'une livre tournois?*

Puisque les $\frac{3}{8}$ d'une livre sont la même chose que le huitième de 3 livres (62), je réduis d'abord ces 3 livres en sous (56), et je divise le produit 60 sous qui en résulte par 8, ce qui me donne 7 pour quotient, et 4 sous de reste; je réduis ensuite ces 4 sous en deniers, et je divise 48 deniers par 8, ce qui fait 6 deniers. Ainsi les $\frac{3}{8}$ d'une livre valent 7 sous 6 deniers.

2^e EXEMPLE.

98. *Combien valent les $\frac{5}{8}$ de 48?*

J'observe d'abord que les $\frac{5}{8}$ de 48, ou le $\frac{1}{8}$ de 5 fois 48 n'est qu'une même chose (62). Je puis donc indifféremment commencer par prendre le $\frac{1}{8}$ de 48, et multiplier ce produit par 5; ou bien multiplier d'abord 48 par 5, et prendre ensuite le $\frac{1}{8}$ de ce dernier produit.

Ainsi, pour me servir du premier moyen, je prends le huitième de 48 qui est 6; et, multipliant 6 par 5, je trouve que le produit 30 est les $\frac{5}{8}$ de 48.

Et, pour me servir du second moyen, je commence par multiplier 48 par 5, ce qui me donne 240 (*); et, prenant le huitième de ce produit, je trouve pour quotient le même nombre 30.

Enfin, comme prendre les $\frac{5}{8}$ de 48 n'est autre chose que multiplier 48 par la fraction $\frac{5}{8}$, et par conséquent prendre 48, $\frac{5}{8}$ de fois, je puis encore opérer par parties aliquotes, comme dans l'exemple du n° 89; et prendre d'abord pour $\frac{4}{8}$ la moitié du multiplicande qui est 24, et puis pour le $\frac{1}{8}$ restant le quart de 24 qui est 6, ce qui fait en tout 30. C'est la commodité du calcul qui doit seule déterminer la préférence entre ces divers modes d'évaluation.

On voit par ce dernier exemple que, quoique *cinq fois le huitième de* 48, ou *le huitième de cinq fois* 48, ou enfin *le produit de* 48 *par la fraction* $\frac{5}{8}$, donnent toujours la même valeur numérique, cependant le procédé qui conduit à cette valeur, diffère dans chacun des trois cas.

(*) Remarquons, en passant, que, pour multiplier un nombre par 5, il suffit d'en prendre la moitié en ajoutant un zéro à la suite du quotient; ce qui souvent peut s'exécuter mentalement.

Voici actuellement de quoi confirmer ce que nous venons d'avancer, que la parfaite intelligence des fractions simplifie, abrège singulièrement les calculs, et dispense souvent de mettre la main à la plume.

Application des fractions au calcul mental dans certains cas.

1^er EXEMPLE.

99. *Combien 100 livres rapportent-elles d'intérêt par jour, en parties de la livre, à raison de 5 p. $\frac{0}{0}$ par an?*

Sur cet énoncé on serait tenté de croire d'abord que cette question est de nature à exiger le secours de la plume, tandis qu'on peut y satisfaire mentalement, avec un très-court moment de réflexion.

En effet, l'année commerciale étant de 360 jours, il en résulte que c'est 5 livres ou 100 sous à répartir sur 360 jours, et que, par conséquent, l'intérêt d'un jour est $\frac{100}{360}$ de sou; et, en divisant les deux termes de cette fraction par 10 (70), qu'il est $\frac{10}{36}$ de sou.

Or si le sou, au lieu de se diviser en 12^èmes, se divisait en 36^èmes (parties trois fois plus petites), cet intérêt serait 10 deniers. C'est pourquoi je prends le tiers de la fraction $\frac{10}{36}$, en divisant son numérateur 10 par 3 (76); et, en regardant le résultat $3\frac{1}{3}$ comme des deniers, je satisfais à la question.

100. *Même question en francs et parties de francs.*

C'est 5 francs ou 500 centimes à répartir sur 360 jours. L'intérêt d'un jour est donc $\frac{500}{360}$ de centime, et, en divisant les deux termes de cette fraction par 10 (70), il est $\frac{50}{36}$ ou $1\frac{7}{18}$ centimes (67).

2^{e} EXEMPLE.

101. *Combien* 100 *livres rapportent-elles d'intérêt par jour, à raison de* 6 *p.* $\frac{0}{0}$ *l'an ?*

C'est 6 livres ou 120 sous à répartir sur 360 jours; l'intérêt d'un jour sera donc $\frac{120}{360}$ ou (70) $\frac{12}{36}$ de sou; et, en prenant le tiers du numérateur 12, par la raison que nous venons d'alléguer (99), et puis regardant le résultat 4 comme exprimant des deniers, je satisfais à la question.

102. *Même question en francs.*

C'est 6 francs ou 600 centimes à répartir sur 360 jours; l'intérêt d'un jour sera donc $\frac{600}{360}$ ou (70) $\frac{60}{36}$ de centime; c'est-à-dire (67) 1 $\frac{2}{3}$ centime.

Si l'on proposait ces deux questions séparément et dans le même ordre, il serait inutile de répéter sur nouveaux frais la même opération. Il suffirait d'augmenter le premier résultat de sa cinquième partie, attendu que la différence de 5 à 6 est de $\frac{1}{5}$ du premier nombre.

Ainsi, arrivé à la seconde question, je prendrais le $\frac{1}{5}$ de 3 $\frac{1}{3}$ deniers, qui est $\frac{2}{3}$ deniers (88), et, ajoutant ces deux quantités, j'aurais pour somme les mêmes 4 deniers déja trouvés.

De même pour les francs, je prendrais le $\frac{1}{5}$ de 1 $\frac{7}{18}$ centimes, qui est $\frac{5}{18}$ centimes (88), et, ajoutant ces deux quantités ensemble, j'aurais pour somme les mêmes 1 $\frac{2}{3}$ centimes déja trouvés.

Des nombres complexes.

103. Les *nombres complexes* sont ceux qui contiennent des unités de différentes espèces, comme par exemple, ceux qui sont composés de *livres*, *sous* et

deniers ; de *pistoles*, *réaux et maravédis*, *etc.* On les appelle *complexes*, par opposition aux nombres *incomplexes*, qui ne renferment qu'une seule nature d'unités.

L'application de la numération décimale à toute espèce de calcul en France, y aurait fait disparaître, une fois pour toutes, les opérations complexes, si nos rapports commerciaux avec l'étranger ne nous les rendaient tous les jours nécessaires. Voilà pourquoi nous allons entrer dans tous les détails relatifs à la méthode particulière qu'exige l'application des quatre règles fondamentales de l'arithmétique aux nombres complexes.

La connaissance des différentes subdivisions qu'on fait de l'unité principale étant indispensable pour calculer les nombres complexes, nous avons fait précéder cet article d'une table analogue qui se rapporte aux exemples que nous avons choisis.

TABLE

Relative aux subdivisions de quelques espèces d'unités, et des signes d'abréviation qui leur sont particuliers.

POUR LA LIVRE TOURNOIS.

₶ signifie	livre...............	1 livre vaut	20 sous.
ſ —	sou...............	1 sou —	12 deniers.
₰ —	denier..............	1 livre —	240 —

POUR LA LIVRE POIDS DE MARC.

℔ signifie	livre...........	1 livre vaut	2 marcs.
mar. —	marc...........	1 marc —	8 onces.
onc. —	once...........	1 once —	8 gros.
gros —	gros...........	1 gros —	3 deniers.
den. —	denier..........	1 denier —	24 grains.

POUR LA TOISE.

T	signifie toise........ ...	1 toise vaut 6 pieds.
pi	— pied...........	1 pied — 12 pouces.
po	— pouce..........	1 pouce — 12 lignes.
lig	— ligne..........	1 ligne — 12 points.

POUR LE FLORIN DE BANQUE (*d'Amsterdam*).

f. b^{co}	signifie florin de banque.	1 florin de banque vaut 20 sous communs ou 40 deniers.
ſ	— sou...........	1 sou commun vaut 2 deniers de gros ou 16 penins.
ꝺ	— denier........	1 denier de gros vaut 8 penins.

POUR LE MARC DE BANQUE (*de Hambourg*).

m. b^{co}	signifie marc de banque.	1 marc de banque vaut 16 sous lubs.
ſ	— sou..........	1 sou lub vaut 12 deniers lubs.
ꝺ	— denier........	1 sou lub vaut 2 deniers de gros.

POUR LA PISTOLE (*d'Espagne*).

p^{le}	signifie pistole.......	1 pistole vaut 32 réaux de plate.
r^{aux}	— réaux........	1 réal de plate vaut 34 maravédis de plate.
m^{dis}	— maravédis....	1 pistole vaut 1088 maravédis de plate.

De l'addition des nombres complexes.

104. Écrivez les nombres proposés les uns au-dessous des autres, de manière que les unités de chaque espèce correspondent les unes aux autres sur une même colonne verticale, et soulignez le tout. Procédez ensuite à l'addition des unités de chaque colonne, en commençant sur la droite par les unités de la plus petite espèce. Si la somme ne suffit pas pour composer une unité de l'espèce immédiatement supérieure, écrivez ladite somme sous la colonne relative; si, au contraire, elle renferme une ou plusieurs unités de l'espèce immédiatement supérieure, écrivez zéro, ou le nombre qui excède ce nombre juste d'unités, que vous retiendrez pour les ajouter aux unités semblables, etc., et continuez de la même manière à l'égard des autres colonnes.

1er EXEMPLE.

On propose d'ajouter les trois nombres suivants, composés de livres sous et deniers.

341 lt	17 ſ	8 ꝺ
273	19	11
438	15	10
1,054 lt	13 ſ	5 ꝺ

Je commence par additionner les deniers dont la somme est 29, et comme il faut 12 deniers pour faire 1 sou, il s'ensuit qu'elle renferme 2 sous plus 5 deniers; j'écris donc 5 deniers et retiens 2. Je passe à la colonne des sous dont je trouve que les unités font 23, en y comprenant les 2 sous que je viens de retenir ; je pose par conséquent le dernier chiffre 3 et retiens les 2 dixaines pour les ajouter aux autres dixaines ; ce qui me donne 5 dixaines en tout, et par conséquent 2 livres plus une dixaine, puisque 2 dixaines de sous font 1 livre ; c'est pourquoi je pose cette dixaine à sa place, et retiens ces 2 livres pour les ajouter à la colonne des livres, etc.

2^e EXEMPLE.

On propose d'ajouter les quatre nombres suivants, composés de pistoles, réaux, et maravédis.

84 p^les	21 r^aux	27 m^dis
43	15	14
27	23	12
5	15	9
161 p^les	11 r^aux	28 m^dis.

La somme des maravédis est 62 qui contient 1 réal et 28 maravédis, puisque 34 maravédis font 1 réal, j'écris donc ces 28 maravédis. Je passe ensuite aux réaux qui, avec celui que je viens de retenir, font 75 ; et comme 32 réaux font 1 pistole, il s'ensuit que ces 75 réaux valent 2 pistoles plus 11 réaux ; c'est pourquoi j'écris ces 11 réaux sous leur colonne, et je retiens ces 2 pistoles pour les ajouter avec les autres (15).

Il est essentiel de s'accoutumer à calculer tout-à-la-fois les nombres exprimés par deux chiffres. Ainsi, pour les maravédis, par exemple, il faut dire tout de suite : 27 et 14 font 41, 41 et 12 font 53, 53 et 9 font 62, etc., sans quoi l'opération en deviendrait d'autant plus longue.

Voici deux exemples sur lesquels on pourra s'exercer :

234^T	5^pi	8^po	10^lig
1241	3	5	9
602	1	11	4
25	4	6	7
2104^T	3^pi	8^po	6^lig

25℔	0^marcs	5^onces	6^gros	23^grains
19	1	7	7	17
62	1	3	6	15
31	0	4	3	18
139℔	0^marcs	5^onces	7^gros	1^grains

De la soustraction des nombres complexes.

105. Écrivez le plus petit nombre au-dessous du plus grand, en observant pour les unités de chaque espèce le même ordre que dans l'addition, et soulignez le tout. Soustrayez dans chaque colonne le nombre inférieur du nombre supérieur, en commençant sur la droite, et écrivez le reste à sa place relative. Si, dans le cours de l'opération, le nombre supérieur se trouve plus petit que le nombre inférieur, il faut, pour rendre la soustraction possible, emprunter sur l'espèce immédiatement supérieure, une unité, que l'on décompose en parties de l'espèce dont il est question, et que l'on y ajoute ; en ayant égard toutefois à cet emprunt qui diminue d'une unité l'espèce immédiatement plus grande. On procédera de la même manière à l'égard des autres colonnes, etc.

1^er EXEMPLE.

de...............	236₶	18ſ	9₰
on veut soustraire..	197	15	11
différence..	39₶	2ſ	10₰

Comme de 9 je ne puis retrancher 11, j'emprunte sur les 18 sous 1 unité qui vaut 12 deniers, et qui, avec les 9, font 21 deniers en tout, dont, retranchant 11, il reste 10 deniers que j'écris. Je passe ensuite à la colonne des sous, et, retranchant 15 de 17 seulement qui demeurent après l'emprunt, j'écris le reste 2, sous les sous, et ainsi de suite (37).

2^e EXEMPLE.

de..........	$219\,p^{les}$	$17\,r^{aux}$	$22\,m^{dis}$
on veut ôter..	194	23	31
différence..	$24\,p^{les}$	$25\,r^{aux}$	$25\,m^{dis}$.

Comme de 22 maravédis je ne saurais en soustraire 31, j'emprunte sur les 17 réaux voisins 1 unité qui vaut 34 maravédis, et qui, avec les 22, fait 56 maravédis en tout, dont soustrayant 31, il reste 25 que j'écris. Je passe ensuite aux réaux, et comme je ne saurais non plus soustraire 23 de 16 qui demeurent après l'emprunt, j'emprunte encore sur les pistoles une autre unité qui vaut 32 réaux; ce qui fait bien 48 réaux en tout, dont, soustrayant 23, il reste 25 que j'écris à la colonne des réaux, et je continue, etc., etc.

Voici deux exemples sur lesquels on pourra s'exercer :

564^{T}	2^{pi}	6^{po}	7^{lig}	
96	5	9	10	
467^{T}	2^{pi}	8^{po}	9^{lig}	différence

25^{lb}	$0^{mar.}$	$3^{onc.}$	4^{gros}	$1^{den.}$	15^{grains}
18	1	7	7	2	23
6^{lb}	$0^{mar.}$	$3^{onc.}$	4^{gros}	$1^{den.}$	16^{grains}

De la preuve de l'addition et de la soustraction des nombres complexes.

106. La preuve de l'addition de ces nombres est

fondée sur les mêmes principes que celle des nombres incomplexes. Mais quand on passe aux subdivisions de l'unité, il faut substituer au rapport décimal celui déterminé par la valeur de chaque partie, à l'égard de celle qui la suit immédiatement sur la droite. Faisons l'application du principe au premier exemple.

$341^{\#}$	17^{s}	8^{d}
273	19	11
438	15	10
$1054^{\#}$	13^{s}	5^{d}
112	22	0

Après avoir opéré pour les unités entières, selon ce qui a été prescrit au n° 51, je convertis les 2 livres en 4 dixaines de sous, qui, ajoutées à celle de la somme, font 5, dont je retranche les 3 unités de la colonne des dixaines, et j'écris au-dessous le reste 2 qui sont des dixaines à l'égard de la colonne suivante.

Je retranche de 23 le nombre 21 que me donne la colonne des sous, et j'écris sous la même colonne le reste 2 sous, qui valent 24 deniers, et qui, ajoutés aux 5 deniers de la somme, font 29 deniers en tout. C'est précisément ce nombre 29 que je dois retrouver dans l'addition de la colonne des deniers, comme parties de la plus petite espèce. En effet, 8, 11, et 10 font bien les mêmes 29 deniers, et j'en conclus que mon opération est exacte.

Comme la preuve de la soustraction a lieu par l'addition, et qu'on vient d'exposer la règle relative à celle des nombres complexes (104), il serait superflu d'en parler.

De la multiplication des nombres complexes.

PRINCIPE GÉNÉRIQUE.

107. Si les nombres proposés sont tous les deux complexes, réduisez-les chacun à sa plus petite espèce, et donnez respectivement pour dénominateur à chacun des nombres résultant de cette réduction, celui qui exprime combien il faut d'unités de la plus petite espèce, pour en composer une de la plus grande; multipliez ensuite ces deux fractions entre elles, et celle qui en résultera sera le produit cherché, dont la nature se détermine par le sens même de la question. Enfin, réduisez ce produit en parties relatives à l'espèce d'unités qu'il représente, en effectuant la division.

Ainsi si l'on me demande, par exemple, combien coûteront $25\,p^{les}$ $27\,r^{aux}$ $17\,m^{dis}$, à raison de 14^{tt} 18^{s} 8^{d} la pistole, la nature de la question m'indiquant que ce sont des livres que je dois avoir au produit, je vois qu'il s'agit de multiplier 14^{tt} 18^{s} 8^{d} par $25\,p^{les}$ $27\,r^{aux}$ $17\,m^{dis}$; c'est pourquoi je réduis le multiplicande tout en deniers (57), ce qui me donne 3584 deniers; et comme le denier est la 240^{e} partie de la livre, j'ai à y substituer la fraction $\frac{3584}{240}$; je réduis de même le multiplicateur tout en maravédis (56), ce qui fait 28135 maravédis en tout; et, comme il en faut 1088 pour faire une pistole, ce multiplicateur est représenté à son tour par cette autre fraction $\frac{28135}{1088}$: de sorte qu'il ne s'agit plus que de multiplier $\frac{3584}{240}$ de livre par $\frac{28135}{1088}$ de pistole, et la nouvelle fraction $\frac{100835840}{261120}$ de livre qui en résulte est le produit cherché; et, en effectuant la division en livres et parties de la livre (97), le quotient 386^{tt}

3^{s} 4^{d} est le coût total des $25\,p^{les}$ $27\,r^{aux}$ $17\,m^{dis}$, et par conséquent la réponse à la question proposée.

Voilà un procédé générique qui peut servir à résoudre toutes les questions relatives aux multiplications complexes. Il est fondé sur la considération que nous avons déja exposée (97), et en vertu de laquelle on rend toujours possible la division du numérateur par le dénominateur d'une fraction, en réduisant le numérateur en parties assez petites pour l'effectuer. Mais ce procédé devient quelquefois très-long, et comme le but constant de l'arithméticien doit être d'abréger tous les calculs, nous allons indiquer des moyens beaucoup plus prompts de parvenir aux mêmes résultats, et par cela même préférables.

Ier EXEMPLE.

108. *Combien vaudront* 32 *pistoles à raison de* 14^{tt} 15^{s} 6^{d} *la pistole?*

Puisqu'une pistole vaut 14^{tt} 15^{s} 6^{d}, il est évident que 32 pistoles vaudront 32 fois 14^{tt} 15^{s} 6^{d}. Il s'agit donc, pour répondre à la question, de répéter cette dernière somme autant de fois qu'il y a de pistoles, c'est-à-dire 32 fois.

Le multiplicande est donc.........	14^{tt}	15^{s}	6^{d}
Et le multiplicatr. le nombre abstrait.	32		
	28^{tt}	0^{s}	0^{d}
	42.	0	0
Produit pour 10 sous.....	16	0	0
Produit pour 5 sous.....	8	0	0
Produit pour 6 deniers...	0	16	0
PRODUIT TOTAL......	472^{tt}	16^{s}	0^{d}

Après avoir trouvé les deux produits partiels relatifs aux $14^{\#}$ du multiplicande, je raisonne ainsi par rapport à ses parties aliquotes :

Si, au lieu de 15 sous, il y avait 1 livre de plus au multiplicande, le produit de cette livre multipliée par le multiplicateur 32, deviendrait 32 livres. Mais 15 sous ne sont que les $\frac{15}{20}$ ou les $\frac{3}{4}$ de 1 livre, je dois donc prendre les $\frac{3}{4}$ de 32, considéré comme des livres, et, pour prendre ces parties d'une manière plus commode, je décompose les 15 sous en 10 sous plus 5 sous.

Pour 10 sous qui sont la moitié d'une livre, je prends la moitié du multiplicateur.

Pour 5 sous qui sont le quart d'une livre, au lieu de prendre le quart du multiplicateur, je prends pour plus de commodité, la moitié du produit précédent relatif aux 10 sous, puisque 5 sous en sont la moitié.

Pour les 6 deniers, je remarque qu'ils sont la moitié d'un sou ou de 12 deniers, et par conséquent le dixième de 5 sous ou de 60 deniers; c'est pourquoi je prends le dixième des 8 livres ou de 160 sous que je viens d'avoir pour ces mêmes 5 sous, lequel dixième est 16 sous; et, en récapitulant ces divers produits, je trouve pour produit total $472^{\#}$ 16^{s}.

2^e EXEMPLE.

109. *Combien coûteront* 43 *pistoles et* 8 *réaux*, *à raison de* $14^{\#}$ 18^{s} 9^{d} *la pistole?*

Puisque chaque pistole coûte $14^{\#}$ 18^{s} 9^{d}, il est évident que, pour répondre à la question, je dois prendre cette somme autant de fois et parties de fois, qu'il y a de pistoles et parties de la pistole. Car, nous le répétons encore, dans les multiplications complexes, aussi bien que dans les incomplexes, le multiplicateur est toujours un nombre abstrait; et les parties aliquotes qui, dans les premières, accompagnent les entiers, ne sont que des fractions abstraites.

Ainsi cette manière de s'exprimer, consacrée par l'usage, qu'on multiplie un nombre par des pistoles, et parties de pistoles, ou par tout autre nombre concret, est tout-à-fait vicieuse. Dans cette occasion, par exemple, on ne peut pas dire qu'on répète le multiplicande 43 pistoles de fois et 8 réaux de fois, mais bien 43 fois plus $\frac{8}{32}$ de fois; car chaque réal étant la 32^e partie de la pistole, les 8 réaux en sont les $\frac{8}{32}$.

Cette observation n'empêchera pas que nous n'écrivions à l'avenir les parties aliquotes avec les signes qui leur sont propres, parce que cette circonstance est assez indifférente en elle-même, pourvu toutefois qu'on ne perde jamais de vue ce principe invariable que *le multiplicateur est toujours un nombre abstrait*, et que, par conséquent, les parties aliquotes qui accompagnent les entiers, ne peuvent jamais être que des fractions abstraites, dont la somme ne vaut pas une unité entière.

		$14^{\#}$	18^{s}	9^{d}	
		$43\,p^{les}$	$8\,r^{aux}$		
		$42^{\#}$	0^{s}	0^{d}	
		56.	0	0	
Pour	10 sous..	21	10	0	$38^{\#}$ 14^{s} pour 18^{s}
—	5 — ..	10	15	0	
—	2 — ..	4	6	0	
—	1 — ..	2	3	0	
—	6 deniers.	1	1	6	
—	3 — ..	0	10	9	
—	8 réaux..	3	14	8 $\frac{1}{4}$	
		$646^{\#}$	0^{s}	11^{d} $\frac{1}{4}$.	

Je multiplie d'abord $14^{\#}$ par 43, et puis pour multiplier par 18 sous, je les décompose en 10, 5, 2, et 1 sous.

Pour 10 sous, qui sont la moitié d'une livre, je prends la moitié de 43, qui est $21^{\#}\ 10^{\text{ſ}}$; pour 5 sous, la moitié de ce produit, qui est $10^{\#}\ 15^{\text{ſ}}$; pour 2 sous, le cinquième de ce que j'ai eu pour 10 sous; ou bien encore (ce qui est plus commode), comme 2 sous sont le dixième de la livre, je prends le dixième (*) de 43 qui est $4^{\#}\ 6^{\text{ſ}}$ et que je trouve en supprimant le dernier chiffe 3 dont je porte le double, 6, au rang des sous. Enfin, pour 1 sou, je prends la moitié de ce dernier produit, qui est $2^{\#}\ 3^{\text{ſ}}$.

Pour les 9 deniers, je les décompose en 6 et 3 deniers. Pour 6 deniers je prends la moitié de ce que j'ai eu pour 1 sou, ce qui fait $1^{\#}\ 1^{\text{ſ}}\ 6^{\text{đ}}$; et pour les 3 deniers restants, la moitié de ce produit, qui est $10^{\text{ſ}}\ 9^{\text{đ}}$.

Enfin, arrivé aux 8 réaux, je remarque que, étant le quart d'une pistole, ils doivent me donner le quart du prix de cette même pistole, c'est-à-dire le quart du multiplicande; ce qui fait $3^{\#}\ 14^{\text{ſ}}\ 8^{\text{đ}}\ \frac{1}{4}$, et en additionnant ces divers produits, je trouve pour produit total $646^{\#}\ 0^{\text{ſ}}\ 11^{\text{đ}}\ \frac{1}{4}$.

110. Remarquons en passant qu'au lieu de décomposer les 18 sous du multiplicande, comme on vient de

(*) Il résulte de notre système de numération qu'en supprimant le dernier chiffre vers la droite d'un nombre quelconque, on a le dixième de ce nombre, moins le dixième de ce chiffre supprimé. Or, si la livre ne se divisait qu'en 10 sous, il est évident que le dixième de ce chiffre serait un pareil nombre de sous. Mais elle se divise en 20 sous, c'est-à-dire en parties 2 fois plus petites, il faut donc le doubler et regarder ce produit comme exprimant des sous.

le faire, on peut multiplier tout-à-la-fois par ces 18 sous en procédant de la manière suivante.

Je prends la moitié de ces 18 sous qui est 9; je multiplie 9 par le dernier chiffre 3 du multiplicateur, ce qui me donne pour produit 27; je double le dernier chiffre 7, ce qui fait 14 que je porte à la colonne des sous, et je retiens 2; je continue de multiplier 9 par le second chiffre 4 du multiplicateur, et, ajoutant au produit 36 les 2 unités déja retenues, je porte 38 à la colonne des livres; de sorte que le produit total des 18 sous est $38^{\#}\ 14^{\text{ſ}}$.

La raison de ce procédé est qu'on multiplie par ce moyen des dixièmes de livres.

3e EXEMPLE.

111. *Combien vaudront* 34 *toises* 5 *pieds* 7 *pouces d'un certain ouvrage, à raison de* $13^{\#}\ 16^{\text{ſ}}\ 2^{\text{đ}}$ *la toise ?*

Il s'agit de répéter $13^{\#}\ 16^{\text{ſ}}\ 2^{\text{đ}}$ autant de fois et parties de fois qu'il y a de toises et parties de toise.

	$13^{\#}$	$16^{\text{ſ}}$	$2^{\text{đ}}$	
	34^{T}	5^{pi}	7^{po}.	
	$52^{\#}$	$0^{\text{ſ}}$	$0^{\text{đ}}$	
	39.	0	0	
Pour 16 sous............	27	4	0	
Faux produit pour 2 sous..	$\cancel{3}$	$\cancel{8}$	$\cancel{0}$	
Pour 2 deniers..........	0	5	8	
— 3 pieds............	6	18	1	
— 2 pieds............	4	12	0	$\frac{2}{3}$
— 6 pouces..........	1	3	0	$\frac{2}{12}$
— 1 pouce..........	0	3	10	$\frac{1}{36}$
	$482^{\#}$	$6^{\text{ſ}}$	$7^{\text{đ}}$	$\frac{31}{36}$.

Après avoir multiplié 13^{tt} par 34, je compose tout d'un coup le produit relatif aux 16 sous, d'après le procédé que nous venons d'indiquer (110).

Pour les deux deniers, je vois tout de suite que je ne saurais les évaluer facilement, puisqu'ils ne sont que la 96e partie de 16 sous; c'est pourquoi j'établis un faux produit (*) pour 2 sous, en prenant le dixième de 34, qui est $3^{\text{tt}}\ 8^{\text{s}}$, et je le barre, attendu qu'il ne doit pas faire partie de l'addition. Puis, comme 2 deniers sont le sixième de 1 sou, et par conséquent le douzième de 2 sous, je prends le douzième de ce faux produit, ce qui me donne $5^{\text{s}}\ 8^{\text{d}}$ que j'écris.

Quand j'en suis aux 5 pieds du multiplicateur, je les décompose en 3 et 2 pieds.

Pour 3 pieds, qui sont la moitié d'une toise, je prends la moitié du multiplicande, ce qui fait $6^{\text{tt}}\ 18^{\text{s}}\ 1^{\text{d}}$. Pour 2 pieds, qui sont le tiers de la toise, je prends également le tiers du multiplicande, ce qui fait $4^{\text{tt}}\ 12^{\text{s}}\ 0^{\text{d}}\ \frac{2}{3}$.

Enfin, pour les 7 pouces, je les décompose en 6 et 1 pouces.

Pour 6 pouces, qui sont le quart de 2 pieds, je prends le quart du dernier produit relatif à ces mêmes 2 pieds, et pour 1 pouce, le sixième de ce dernier produit; et, en additionnant ces divers produits, je trouve pour produit total $482^{\text{tt}}\ 6^{\text{s}}\ 7^{\text{d}}\ \frac{31}{36}$.

112. Quant aux fractions qui accompagnent ces

(*) Nous ne conservons cette expression, toute impropre qu'elle soit, que par respect pour l'usage. En effet ce qu'on appelle *faux produits*, sont des produits réels comme tous les autres. C'est sans doute parce qu'ils ne servent que pour en trouver d'autres qu'on les a désignés ainsi. Nous aimerions mieux dire avec les anciens arithméticiens, *produits supposés*.

divers produits, l'addition en devient très-facile, quoiqu'elles aient toutes un dénominateur différent, attendu qu'il résulte de la manière dont elles ont été formées, que le dernier dénominateur est multiple de tous les autres; et que, par conséquent, on peut convertir les fractions précédentes en l'espèce de la dernière, en multipliant les deux termes de chacune par le quotient provenant de la division du dernier dénominateur 36 par le dénominateur de chacune de ces mêmes fractions. D'après la règle du n° 83, on trouve que leur somme est $\frac{31}{36}$.

113. Lorsqu'on ne pourra pas décomposer les parties aliquotes d'une manière commode pour l'évaluation des parties plus petites, de règle générale on aura recours aux faux produits. Mais il est bien des cas où l'on peut s'en passer, quoiqu'au premier coup-d'œil ils paraissent indispensables. Ainsi, dans ce dernier exemple, quand j'en suis aux 2 deniers, je remarque que multiplier 2 deniers par 34, c'est prendre 34 fois 2 deniers, ce qui fait 68 deniers, c'est-à-dire $5^{\text{s}}\ 8^{\text{d}}$. Ce moyen est d'autant plus facile ici que le multiplicateur n'a que deux chiffres.

4e EXEMPLE.

114. *Combien vaudront* 39 *pistoles* 23 *réaux* 17 *maravédis, à raison de* $14^{\text{tt}}\ 13^{\text{s}}\ 10^{\text{d}}$ *la pistole?*

Puisque chaque pistole vaut $14^{\text{tt}}\ 13^{\text{s}}\ 10^{\text{d}}$, il est évident que pour répondre à la question, je dois prendre cette somme autant de fois et parties de fois qu'il y a de pistoles et parties de la pistole:

	14^{tt}	13^{s}	10^{d}		
	$39 p^{les}$	$23 r^{aux}$	$17 m^{dis}$.		
	126^{tt}	0^{s}	0^{d}		
	42.	0	0		
Pr. 12 sous..	23	8	0		
— 1 — ..	1	19	0		
— 6 den...	0	19	6		
— 3 — ..	0	9	9		
— 1 — ..	0	3	3		
— 16 réaux.	7	6	11		
— 4 — ..	1	16	8	$\frac{3}{4}$	Voy. pour l'addition de ces fractions le n° 112.
— 2 — ..	0	18	4	$\frac{3}{8}$	
— 1 — ..	0	9	2	$\frac{3}{16}$	
— 17 marav.	0	4	7	$\frac{3}{32}$	
	583^{tt}	15^{s}	3^{d}	$\frac{13}{32}$.	

Après avoir multiplié 14^{tt} par 39, je décompose les 13 sous en 12 sous et 1 sou. Je prends tout-à-la-fois pour les 12 sous, d'après le procédé du n° 110; ce qui me donne pour produit 23^{tt} 8^{s}, dont je prends le douzième pour 1 sou, de la manière suivante :

Le douzième de 23^{tt} est 1^{tt} pour 12, je pose donc 1; reste 11 livres qui, converties en sous et ajoutées aux 8 sous déja existants, font 228 sous en tout; je continue de prendre le douzième de 22 qui est 1 pour 12, et je pose cette unité sous la colonne des dixaines de sous; reste 10 dixaines de sous qui, avec le dernier chiffre 8, font 108 sous, dont le douzième juste est 9, que j'écris à la suite de la dixaine déja posée; ce qui fait bien 1^{tt} 19^{s} pour le produit de 1 sou.

Pour les 10 deniers, je les décompose en 6, 3, et 1

deniers, qui sont la moitié, le quart et le douzième de 1 sou. Pour 6 deniers, je prends la moitié du produit que je viens d'avoir pour un sou, et ainsi de suite pour le reste des parties aliquotes.

Quand j'en suis aux 23 réaux du multiplicateur, je les décompose en 16, 4, 2, 1 réaux. Seize réaux, étant la moitié d'une pistole, doivent me donner évidemment la moitié de la valeur de la pistole, c'est-à-dire, la moitié du multiplicande qui exprime précisément cette valeur : j'en prends donc la moitié, qui est 7^{tt} 6^{s} 11^{d}, et je parts de cette base pour l'évaluation du reste des parties aliquotes.

Si nous avons décomposé les 13 sous du multiplicande en 12 sous et 1 sou, ç'a été uniquement pour exercer à l'exécution du procédé du n° 110, d'une part, et de l'autre, pour habituer les commençants à prendre facilement le douzième d'un nombre complexe de livres. Car, à part ce motif, il eût été plus commode de décomposer ces 13 sous en 10, 2, 1 sous.

115. On aurait pu aussi évaluer le produit total relatif aux 10 deniers du multiplicande, en partant de la considération que nous venons d'exposer (113). En effet, nous le répétons encore, multiplier 10 deniers par 39, c'est prendre 39 fois 10 deniers; le produit sera donc 390 deniers (33), qu'il s'agit d'évaluer; or dans 390 deniers, il y a 240 deniers plus 150 deniers, c'est-à-dire 1 livre plus 150 deniers. Je commence par conséquent par écrire 1 livre, et, prenant ensuite le 12^{e} de 150 deniers pour en extraire les sous, je trouve qu'il est 12^{s} 6^{d}; ce qui fait en tout 1^{tt} 12^{s} 6^{d} pour produit total des 10 deniers. Quand les nombres sur lesquels on opère sont susceptibles de ces abréviations, on ne doit pas les négliger.

6

5^{e} EXEMPLE.

116. *Une livre tournois ayant produit* 39 *pistoles* 23 *réaux* 17 *maravédis de bénéfice*, *on demande combien de pistoles produiront de bénéfice* 14₶ 13ſ 10₰ ?

Puisque chaque livre produit 39 p^{les} 23 r^{aux} 17 m^{dis}, il est évident que, pour répondre à cette question, je dois répéter ces pistoles et parties de pistole, autant de fois qu'il y a de livres et parties de la livre; c'est-à-dire 14 fois, plus $\frac{13}{20}$ de fois, plus $\frac{10}{12}$ de $\frac{1}{20}$ de fois, ou $\frac{10}{240}$ de fois (94).

39 p^{les} 23 r^{aux} 17 m^{dis}
14₶ 13ſ 10₰

	156 p^{les}	0 r^{aux}	0 m^{dis}		
	39 .	0	0		
P^{r}. 16 r^{aux}..	7	0	0		La moitié de 14 liv.
— 4 — .	1	24	0		Le quart du prix de 16 réaux.
— 2 — .	0	28	0		La moitié du produit ci-dessus.
— 1 — .	0	14	0		La moitié du dernier produit.
— 17 m^{dis}.	0	7	0		La moitié du dernier produit.
— 10 sous.	19	27	25	$\frac{1}{2}$	La moitié du multiplicande.
— 2 — .	3	31	5	$\frac{1}{10}$	Le cinquième du produit ci-dessus.
— 1 — .	1	31	19	$\frac{11}{20}$	La moitié du dernier produit.
— 6 den.	0	31	26	$\frac{31}{40}$	La moitié du dernier produit.
— 4 — .	0	21	6	$\frac{31}{60}$	Le tiers de l'avant-dernier produit relatif à 1 sou.
	583 p^{les}	24 r^{aux}	15 m^{dis}	$\frac{53}{120}$.	

Après avoir formé, à l'ordinaire, les produits des

unités principales du multiplicande par chaque chiffre du multiplicateur, je remarque que, si au lieu de 23 réaux il y avait 1 pistole de plus au multiplicande, le produit de cette pistole, multipliée par le multiplicateur 14, deviendrait 14 pistoles. Mais 23 réaux ne sont que les $\frac{23}{32}$ d'une pistole; je dois donc prendre les $\frac{23}{32}$ de 14 considéré comme des pistoles.

A cet effet, je décompose les 23 réaux en 16, 4, 2, 1 réaux. Or, comme 16 réaux sont la moitié d'une pistole, je prends d'abord la moitié de 14, qui est 7 pistoles, et je parts ensuite de cette base pour l'évaluation du reste de ces parties aliquotes.

Pour les 17 maravédis, qui sont la moitié d'un réal, je prends la moitié du dernier produit relatif à ce même réal.

Arrivé aux 13ſ 10₰ du multiplicateur, je prends sur tout le multiplicande les parties aliquotes correspondantes, en décomposant d'abord les 13 sous en 10, 2, et 1 sous.

Pour 10 sous, qui sont la moitié d'une livre, je prends la moitié du multiplicande, et parts ensuite de cette base pour l'évaluation du reste des mêmes parties aliquotes.

Quant aux 10 deniers, je les décompose en 6 et 4 deniers. Pour 6 deniers, je prends la moitié, et pour 4, le tiers du produit relatif à un sou.

On voit, par cet exemple, que nous avons choisi à dessein, combien il est essentiel de distinguer le multiplicande du multiplicateur, quand ce sont des nombres concrets; car, dans cet exemple, comme dans le précédent, les deux facteurs sont également 39 pistoles 23 réaux 17 maravédis, et 14₶ 13ſ 10₰; et malgré cela les deux produits sont différents, puisque l'un exprime des livres, et l'autre des pistoles.

6.

Cette distinction est indispensable pour descendre dans le détail des subdivisions qui sont toujours relatives aux unités principales dont doit être composé le produit ; et comme les unités du produit doivent toujours être de même nature que celles du multiplicande (23), c'est pour cela, encore un coup, que, lorsque les deux facteurs sont d'espèce différente, il importe de bien déterminer lequel des deux nombres proposés doit être pris pour multiplicande.

117. Quand, en composant les produits partiels, on ne prend pas des parties sur le produit qui précède immédiatement, il arrive alors que le dernier dénominateur n'est pas multiple de tous les autres ; comme dans ce cas-ci par exemple, où j'ai formé le dernier produit pour 4 deniers, en prenant le tiers de l'avant-dernier, relatif à 1 sou. Mais, comme les dénominateurs ne sont pas des nombres premiers, voici la manière d'éviter, dans tous les cas pareils, le procédé général du n° 80 :

Les dénominateurs étant 2, 10, 20, 40, 60, je cherche le plus petit nombre possible qui puisse se diviser exactement par tous ces dénominateurs, et, dans cette occasion, par les chiffres significatifs seulement. A cet effet, j'essaie sur les multiples du plus petit dénominateur 2 (l'unité ne compte pas) les divisions par 4 et par 6. Je trouve par ce moyen que ce plus petit nombre est 12, et dès-lors il ne me reste plus qu'à convertir les fractions en 120èmes de maravédis.

6e EXEMPLE.

118. *Une livre a produit 11 livres 11 sous 11 deniers de bénéfice, on demande combien de livres produiront de bénéfice 11₶ 11ſ 11₰ ?*

Il est évident, d'après l'état de la question, qu'il s'agit de multiplier 11₶ 11ſ 11₰ par 11₶ 11ſ 11₰.

	11₶	11ſ	11₰		
	11	11	11		
	11₶	0ſ	0₰		
	11.	0	0		
Pr. 10 s. du multipde..	5	10	0		La moitié de 11 liv.
— 1 — —	0	11	0		Le dixième du produit ci-dessus.
— 6 den. —	0	5	6		La moitié du dernier produit.
— 3 — —	0	2	9		La moitié du dernier produit.
— 2 — —	0	1	10		Le tiers de l'avant-dernier produit.
— 10 s. du multipteur.	5	15	11	$\frac{1}{2}$	La moitié du multiplicande.
— 1 s. —	0	11	7	$\frac{3}{20}$	Le dixième du produit ci-dessus.
— 6 den. —	0	5	9	$\frac{23}{40}$	La moitié du dernier produit.
— 3 — —	0	2	10	$\frac{63}{80}$	La moitié du dernier produit.
— 2 — —	0	1	11	$\frac{23}{120}$	Le tiers de l'avant-dernier produit.
	134₶	9ſ	3₰	$\frac{49}{240}$.	

La manière dont nous avons indiqué l'opération, nous dispense d'en rendre compte.

Il arrive dans cet exemple, comme dans le précédent, que le dernier produit 1ſ 11₰ $\frac{23}{120}$, relatif à 2 deniers, n'étant pas formé de celui qui le précède immédiatement, le dénominateur 120 n'est pas multiple de celui de la dernière fraction $\frac{63}{80}$. Mais en procédant comme nous venons de l'indiquer (117), on trouve que le nombre 24 divise exactement tous les dénominateurs ; et dès-lors il ne s'agit plus que de convertir toutes les fractions en 240èmes de denier, comme nous l'avons fait.

119. Quand on comprend bien le principe fondamental de la multiplication complexe, on peut avec un peu de sagacité, et en s'aidant un peu du calcul de tête, faire la même opération en trois produits, de la manière suivante :

	11₶	11ſ	11đ	
	11	11	11	
Produit total du multip^{de}. par 11₶.	127₶	11ſ	1đ	
— pour les 11ſ du multip^{teur}.	6	7	6	$\frac{13}{20}$
— pour les 11đ du multip^{teur}.	0	10	7	$\frac{133}{240}$
Produit.........	134₶	9ſ	3đ	$\frac{49}{240}$.

Le premier produit 127₶ 11ſ 1đ est celui relatif au multiplicande multiplié par 11 ; et voici comment et par quel raisonnement je parviens à le trouver tout-à-la-fois :

Je remarque que ce produit doit être composé de 11 fois 11 livres, 11 fois 11 sous, et 11 fois 11 deniers ; c'est-à-dire de 121₶, plus de 121ſ, plus de 121 deniers. Il ne s'agit donc, pour pouvoir l'écrire tout d'un trait, que d'évaluer 121 sous et 121 deniers, de combiner ces deux résultats, et de les ajouter à 121 livres dans l'ordre requis. Or, je vois tout de suite que 121 sous valent 6₶ 1ſ, puisque cela se borne à prendre le 20^{e} (*) de 121 (58). Je vois en-

(*) Le 20^{e} n'étant autre chose que la 1/2 de 1/10 (94), il résulte de la remarque faite au 2^{e} exemple des multiplications complexes, page 76, que, pour réduire une somme de sous en livres, c'est-à-dire pour en prendre le 20^{e}, il suffit de porter le dernier chiffre au rang des sous, et de prendre la moitié des autres chiffres, dont le dernier donnera une dixaine de sous, s'il est un nombre impair.

core avec la même facilité, que 121 deniers font 10ſ 1đ, puisqu'il ne s'agit que d'en prendre le douzième. C'est donc 6₶ 11ſ 1đ en tout à ajouter à 121 livres, ce qui fait 127₶ 11ſ 1đ pour produit total du multiplicande multiplié par 11 livres.

Actuellement, il est évident que pour les 11 sous du multiplicateur, je dois avoir le 20^{e} de ce que je viens d'avoir pour 11 livres, puisque 1 sou est le $\frac{1}{20}$ d'une livre. Je prends donc le 20^{e} de ce produit 127₶ 11ſ 1đ que j'ai sous les yeux, en commençant par les livres, et je le pose à fur et à mesure. Le 20^{e} de 127 est 6₶ 7ſ que j'écris tout de suite ; reste 11ſ 1đ qui font 133 deniers en tout, dont le 20^{e} est 6 $\frac{13}{20}$ que je pose à la suite des 6₶ 7ſ ; de sorte que le second produit, relatif aux 11 sous du multiplicateur, est 6₶ 7ſ 6đ $\frac{13}{20}$.

Enfin, pour avoir tout-à-la-fois le troisième produit relatif aux 11 deniers du multiplicateur, il est encore bien évident que je n'ai qu'à prendre le 12^{e} de ce que je viens d'avoir pour 11 sous, puisque 1 denier est le $\frac{1}{12}$ de 1 sou. Prenons donc le 12^{e} de 6₶ 7ſ 6đ $\frac{13}{20}$, produit relatif à ces 11 sous.

6₶ 7ſ font 127 sous, dont le 12^{e} est 10ſ 7đ que j'écris tout de suite ; reste 6đ $\frac{13}{20}$ qui font $\frac{133}{20}$, dont le $\frac{1}{12}$ est $\frac{133}{240}$ (76), que je pose à la suite des 10ſ 7đ ; de sorte que le troisième produit relatif aux 11 deniers du multiplicateur, est en tout 10ſ 7đ $\frac{133}{240}$; et, en additionnant ces divers produits, on trouve le même résultat 134₶ 9ſ 3đ $\frac{49}{240}$.

120. En résumant tout ce qui vient d'être dit, au sujet des multiplications complexes, on en déduit la règle générale suivante : *Multipliez les entiers du multiplicande par ceux du multiplicateur ; décomposez ensuite les subdivisions du multiplicande en parties aliquotes de son unité principale, et prenez, pour chacune*

d'elles, des parties semblables sur les unités principales du multiplicateur seulement : partagez ensuite les subdivisions de l'unité principale du multiplicateur en parties aliquotes de cette même unité, et prenez pour chacune d'elles des parties semblables sur le multiplicande tout entier. Lorsque, dans l'évaluation des parties aliquotes, le passage des plus grandes aux plus petites est trop brusque, prenez une partie aliquote intermédiaire, pour laquelle vous composez un faux produit (*) *qui vous facilite la formation de celui dont vous avez besoin ; et puis, barrez le premier comme ne devant pas faire partie du produit total.*

Voici, pour finir, deux exemples destinés à exercer les commençants :

1° Combien coûteront 5 toises 3 pieds 5 pouces 2 lignes d'un certain ouvrage, à raison de $24^{\#}$ 13^{s} $8^{d}\frac{1}{3}$ la toise ?

2° Combien coûteront 4 marcs 6 onces 7 gros 6 grains d'une certaine marchandise, à raison de $8^{\#}$ 14^{s} 9^{d} le marc ?

I^er^ EX.		II^e
$24^{\#}$ 13^{s} $8^{d}\frac{1}{3}$		$8^{\#}$ 14^{s} 9^{d}
5^{t} 3^{pi} 5^{po} 2^{lig}		4^{marcs} 6^{onces} 7^{gros} 6^{grains}
$137^{\#}$ 10^{s} $8^{d}\frac{1243}{1296}$	RÉPONSE..	$42^{\#}$ 9^{s} $4^{d}\frac{645}{766}$.

De la division des nombres complexes.

PRINCIPE GÉNÉRIQUE.

121. Si le dividende et le diviseur sont tous les

(*) Comme nous avons fait dans le 3e exemple.

deux des nombres complexes, réduisez-les chacun à sa plus petite espèce, et donnez respectivement pour dénominateur à chacun des nombres résultant de cette réduction, celui qui exprime combien il faut d'unités de la plus petite espèce pour en composer une de la plus grande. Divisez ensuite la fraction dividende par la fraction diviseur, et le quotient qui en résultera sera le quotient cherché, dont la nature des unités se détermine par le sens même de la question ; convertissez-le ensuite en subdivisions relatives à cette dite espèce, d'après le principe déja exposé (97). Si le diviseur était incomplexe, il faudrait diviser la fraction dividende par ce dit diviseur incomplexe, et le résultat de cette division serait le quotient cherché.

Ainsi, si l'on me propose cette question : 39 *pistoles* 23 *réaux et* 17 *maravédis ont été payées* $583^{\#}$ 15^{s} $3^{d}\frac{13}{32}$; *combien cela fait-il par pistole ?* Le sens de cette question m'indiquant que je dois avoir des livres et parties de la livre au quotient, et que, par conséquent, je dois diviser $583^{\#}$ 15^{s} $3^{d}\frac{13}{32}$ par $39\,p^{les}$ $23\,r^{aux}$ $17\,m^{dis}$, je réduis l'opération à une division incomplexe, en répétant le même procédé déja employé (56), et qui consiste à réduire, chacun à sa plus petite espèce, les deux nombres proposés.

Je commence donc par réduire le dividende en $32^{èmes}$ de denier, en multipliant successivement par 20, par 12 et par 32; et, comme il faut 7680 trente-deuxièmes de denier pour composer 1 livre, j'ai à substituer à ce dividende la fraction $\frac{4483509}{7680}$ de livre ; je réduis pareillement le diviseur tout en maravédis, ce qui le change en $\frac{43231}{1088}$ de pistole; de sorte que, par ce moyen, j'ai à diviser ces deux fractions l'une par l'autre, ce qui me donne pour quotient (90) la nouvelle fraction $\frac{4877840192}{332014080}$ de livre : et enfin, en effectuant la division en livres, et puis en parties de la livre (97), le quotient final 14^{tt} 13^{s} 10^{d} est le coût cherché de la pistole, et par conséquent la réponse à la question.

Voilà un procédé générique qui peut servir à résoudre toutes les questions relatives aux divisions complexes. Il est fondé, comme celui de la multiplication, sur la facilité de rendre possible toute division entre deux nombres, dont le diviseur est plus grand que le dividende, en réduisant ce dernier en parties d'une plus petite espèce. Mais ce procédé devient souvent très-long, et comme il est possible de parvenir aux mêmes résultats d'une manière plus courte, nous allons indiquer ces moyens abrégés.

De la division d'un nombre complexe par un nombre incomplexe

122. La seule difficulté que présentent les divisions complexes, de quelque manière qu'on les effectue, c'est la distinction de la nature des unités du quotient, sur laquelle il est indispensable d'être fixé, pour convertir successivement les restes de division en parties relatives à ses unités principales; encore cette difficulté est-elle plus apparente que réelle, et un examen tant soit peu approfondi de la question suffit-il pour fixer à cet égard, comme on va en juger dans le moment.

123. La division d'un nombre complexe par un autre incomplexe, offre deux cas distincts: le premier est celui où, le dividende et le diviseur étant de nature différente, le quotient doit être de même espèce que le dividende; le second est celui où, le dividende et le diviseur étant de même espèce, le

quotient doit être d'espèce différente, ou bien de même espèce qu'eux.

124. Dans le premier cas, divisez d'abord les unités principales du dividende selon le procédé ordinaire; convertissez le reste de cette division en unités de l'ordre immédiatement inférieur, en ayant soin d'y ajouter celles de même espèce qui peuvent se trouver dans le dividende, et continuez la division en écrivant le quotient relatif à son rang: ensuite, après avoir réduit successivement chaque reste de ces divisions partielles en unités de l'ordre immédiatement inférieur, et ajouté les unités de même espèce qui se trouvent dans le dividende, poursuivez la division de la même manière, jusqu'à ce que vous ayez épuisé celle qui devra donner les unités de la plus petite espèce, relatives à la nature des unités principales du quotient.

1er EXEMPLE.

125. *On a payé 472^{tt} 16^{s} pour 32 pistoles, on demande à combien revient chaque pistole?*

Il est évident que le prix de la pistole est la 32^{e} partie du prix des 32 pistoles, c'est-à-dire de 472^{tt} 16^{s}. Or, pour prendre la 32^{e} partie de cette dernière somme, il est bien évident qu'il faut la diviser par 32 (50); et le quotient exprimera des livres et parties de livre:

472₶ 16ſ	32
152	14₶ 15ſ 6ᵭ.
24	
20	
496	
176	
16	
12	
192	
000	

Après avoir divisé 472 par 32, et trouvé 14 livres pour quotient, il demeure 24 livres que je multiplie par 20 pour les réduire en sous; et avec les 16 sous du dividende, j'ai pour produit 496 sous qui, divisés par 32, me donnent pour nouveau quotient 15 sous, et 16 sous de reste; ces 16 sous réduits en deniers produisent 192 deniers : je les divise à leur tour par 32, et j'ai pour quotient 6 deniers; de sorte que je trouve, par ce moyen, que la pistole a été payée sur le pied de 14₶ 15ſ 6ᵭ.

Cet exemple et le 1^er^ des multiplications complexes du n° 108, se servent réciproquement de preuve.

2^e^ EXEMPLE.

126. *On a payé 22₶ 11ſ 8ᵭ pour raccommodage de 35 ballots, combien cela fait-il par ballot?*

Cette question est semblable à celle qui précède. Il s'agit de connaître le coût d'un ballot, et par conséquent ce sont des livres ou parties de livre que je dois avoir au quotient. Je divise donc 22₶ 11ſ 8ᵭ par 35. Mais, comme 22 ne contient pas le diviseur,

j'écris zéro au quotient pour tenir lieu des livres qui y manquent, et puis, regardant ces 22₶ comme un reste de division, je continue l'opération comme dans l'exemple précédent :

22₶ 11ſ 8ᵭ	35
20	0₶ 12ſ 10ᵭ $\frac{30}{35}$ ou $\frac{6}{7}$.
451	
101	
31	
12	
380	
30	

Et je trouve que le coût d'un ballot est de 0₶ 12ſ 10ᵭ $\frac{6}{7}$.

127. Voilà pour le premier cas. Nous voici arrivés au second où, le dividende et le diviseur étant de même espèce, le quotient doit être d'espèce différente, ou bien de même espèce qu'eux. Commençons par la première hypothèse.

Il faut alors réduire le dividende et le diviseur chacun à la première espèce qui puisse leur être commune, et, par ce moyen, l'opération se trouvera précisément assimilée aux deux précédentes.

3^e^ EXEMPLE.

128. *On demande combien pour 482₶ 6ſ 7ᵭ $\frac{31}{36}$ on fera faire de toises d'ouvrage, à raison de 13₶ 16ſ 2ᵭ la toise?*

Il est évident, d'après l'état de la question, que je dois avoir des toises et parties de toise au quotient; il n'est pas moins évident que je dois avoir autant de toises et parties de toise, que le prix de cette même toise, qui est 13₶ 16ʃ 2₫, est contenu de fois et parties de fois dans le nombre proposé.

Il faut donc diviser 482₶ 6ʃ 7₫ $\frac{31}{36}$ par 13₶ 16ʃ 2₫. Mais, comme on ne peut pas décomposer un diviseur, qui est toujours censé ne former qu'un seul tout indivisible, je commence par réunir toutes ses parties, en les convertissant en 36$^{\text{èmes}}$ de denier (*); ce qui me donne 119304; je réduis pareillement le dividende en 36$^{\text{èmes}}$ de denier, ce qui donne 4167355, et j'effectue ma division de la manière suivante :

4167355	119304
588235	$34^{t}\ 5^{pi}\ 7^{po}$.
111019	
6	
666114	
69594	
12	
835128	
000000	

Après avoir trouvé 34 toises au quotient, il demeure 111019 de reste que je multiplie par 6, parce que la toise vaut 6 pieds; et je divise le produit 666114 par 119304, ce qui me donne 5 pieds pour quotient, et 69594 de reste; je multiplie encore ce

(*) Si au lieu de $\frac{31}{36}$ j'avais eu $\frac{9}{36}$ de denier, par exemple, dans le dividende, j'aurais réduit le dividende et le diviseur en quarts de denier seulement, qui auraient été la première mesure commune à ces deux nombres, dont l'expression serait devenue par-là d'autant plus simple.

reste par 12, attendu que le pied vaut 12 pouces, et je continue de diviser le produit 835128 par le diviseur; ce qui me donne 7 pouces juste au quotient; de sorte que, par ce moyen, je trouve que, pour 482₶ 6ʃ 7₫ $\frac{31}{36}$, on devra se procurer $34^{t}\ 5^{pi}\ 7^{po}$, à raison de 13₶ 16ʃ 2₫ la toise.

129. Il est bien aisé de se convaincre que le quotient n'a pu être altéré par les changements que nous avons fait subir au dividende et au diviseur, en les convertissant chacun en 8640$^{\text{èmes}}$ de livre; car cela revient à les avoir multipliés par ce nombre même (*), qui exprimait combien il fallait d'unités

(*) Cette vérité, quoique assez sensible par elle-même, supposerait pourtant à la rigueur qu'on aurait déja prouvé que, *multiplier un nombre par le produit de deux autres, est la même chose que de le multiplier d'abord par le premier, et puis de multiplier le produit qui en résulte par le second;* et, qu'en étendant ensuite le même raisonnement à un plus grand nombre de facteurs, on aurait généralisé cette proposition. C'est effectivement ce que nous avions fait en premier lieu. Mais son peu d'application dans le commerce, et la longueur de la démonstration nous ont engagé à la supprimer. Cependant, comme elle pourrait par-fois devenir utile, nous allons la mettre en action dans l'exemple suivant :

Si l'on multiplie successivement un nombre quelconque, 10 *par exemple, par* 2, *par* 3, *et par* 4; *c'est-à-dire, si l'on multiplie* 10 *d'abord par* 2, *et puis le produit* 20 *qui en résulte par* 3, *et enfin le nouveau produit* 60 *par* 4, *on aura pour produit définitif* 240, *qui est le même que si l'on avait multiplié tout de suite* 10 *par le produit* 24 *des trois multiplicateurs entre eux.*

Nous avons également supprimé, par la même raison, l'analogue de cette proposition relative à la division, dont nous allons aussi faire l'application pure et simple au cas suivant :

Si l'on divise successivement un nombre quelconque, 240 *par exemple, par* 2, *par* 3, *et par* 4; *c'est-à-dire, si l'on divise* 240 *d'abord par* 2, *et puis le quotient* 120 *qui en résulte par* 3, *et enfin le nouveau quotient* 40 *par* 4, *on aura pour quotient définitif* 10, *qui est le même que si l'on avait divisé tout de suite* 240 *par le produit* 24 *des trois diviseurs entre eux.*

de la plus petite espèce pour en composer une de la plus grande ; ce qui ne change rien à la valeur du quotient (70).

Or, le procédé générique que nous avons prescrit (127), ne consiste précisément qu'à indiquer quel est le nombre par lequel on doit multiplier le dividende et le diviseur pour les rendre incomplexes : donc, etc. (*).

On voit que, dans tous les cas pareils, il ne s'agit, après avoir effectué la réduction déja prescrite (127), que de considérer le dividende comme un nombre concret de même espèce que le quotient, le diviseur comme un nombre abstrait, et de partir de cette considération, pour convertir successivement les restes de division en parties relatives à la nature des unités principales du quotient.

130. Quant à la seconde hypothèse, l'opération est assimilée de tout point à celle de l'exemple premier, et dépend absolument du même principe que nous avons déja exposé (124). Ainsi, si l'on me proposait cette question : 10545₶ 15ſ 10ᵭ *ont produit* 2300₶ *de bénéfice, on demande combien cela fait de bénéfice par livre ?* Il est évident que je dois diviser 10545₶ 15ſ 10ᵭ par 2300 ; et, en opérant selon ce qui a été déja prescrit pour ce premier exemple, je trouve pour quotient 4₶ 11ſ 8ᵭ $\frac{99}{230}$, qui est le bénéfice répondant à 1 livre.

L'exemple précédent et le troisième des multipli-

(*) Voici une autre preuve :

Réduire le dividende et le diviseur chacun à la plus petite espèce qui puisse leur être commune, c'est les convertir en expressions fractionnaires d'une valeur respectivement égale (56). Or, nous avons déja vu (93) que des fractions de même dénominateur donnent pour quotient celui de leur numérateur.

cations complexes du n° 111, se servent réciproquement de preuve.

De la division d'un nombre incomplexe par un nombre complexe, ou de deux nombres complexes entre eux.

131. Quand le diviseur seul est complexe, ou bien quand le dividende et le diviseur sont tous les deux complexes, il faut réduire le diviseur à sa plus petite espèce ; multiplier le dividende par le nombre qui exprime combien il faut d'unités de la plus petite espèce du diviseur, pour en composer une de la plus grande, c'est-à-dire, pour composer une de ses unités principales ; et alors l'opération se trouve ramenée au cas précédent où le diviseur était incomplexe.

4e EXEMPLE.

132. *On a payé* 583₶ 15ſ 3ᵭ $\frac{13}{32}$ *pour* 39 p^{les} 23 r^{aux} 17 m^{dis} *: on demande combien cela fait par pistole ?*

L'objet de la question étant de connaître le coût de la pistole, il est évident que je dois avoir au quotient des livres et des parties de la livre, et qu'il s'agit par conséquent de diviser 583₶ 15ſ 3ᵭ $\frac{13}{32}$ par 39 p^{les} 23 r^{aux} 17 m^{dis}.

A cet effet, je réduis les 39 p^{les} 23 r^{aux} 17 m^{dis} tout en maravédis, ce qui me donne 43231 maravédis pour nouveau diviseur ; et, comme il en faut 1088 pour faire une pistole qui en est l'unité principale, je multiplie 583₶ 15ſ 3ᵭ $\frac{13}{32}$ par 1088 (108 et 120) ; je fais mon nouveau dividende du produit 635135₶ 8ſ 10ᵭ qui en résulte ; j'effectue ma division, comme dans le premier exemple du n° 125, de la manière suivante :

635135₶ 8ſ 10₰	43231
202825	14₶ 13ſ 10₰.
29901	
20	
598028	
165718	
36025	
12	
432310	
000000	

Et je trouve que le coût de la pistole est de 14₶ 13ſ 10₰.

133. La règle générale que nous venons d'exposer est fondée sur la division par une fraction. En effet, en réduisant le diviseur tout en maravédis, je substitue à son expression primitive, cette autre expression fractionnaire qui lui est égale, $\frac{43231}{1088}$. Or, pour diviser 583₶ 15ſ 3₰ $\frac{13}{32}$ par $\frac{43231}{1088}$, il faut multiplier d'abord par le dénominateur de la fraction diviseur, et diviser ensuite par le numérateur (90); c'est-à-dire, multiplier dans ce cas-ci par 1088, et diviser le produit qui en résulte par 43231 : et c'est précisément ce que nous venons de faire, et que nous avons prescrit d'une manière générale, attendu que le même raisonnement s'étend à toutes les questions du même genre.

Cet exemple et le 4ᵉ des multiplications complexes du nº 114, se servent réciproquement de preuve.

Voici, pour finir, deux exemples destinés à exercer le lecteur :

1º *On a payé* 137₶ 10ſ 8₰ $\frac{1243}{1296}$ *pour* 5ᵀ 3ᵖⁱ 5ᵖᵒ 2ˡⁱᵍ *d'ouvrage : combien cela fait-il la toise ?*

2º *On a payé* 42₶ 9ſ 4₰ $\frac{645}{768}$ *pour* 4 marcs 6 onces 7 gros 6 grains *: combien cela fait-il le marc ?*

En procédant, pour ces deux questions, d'après le principe du nº 131, j'ai dans le premier cas 36961583904 pour dividende, 1497346560 pour diviseur, et 24₶ 13ſ 8₰ $\frac{1}{3}$ pour quotient;

Et, dans le second cas, j'ai également 195702₶ 10ſ 6₰ pour dividende, 22398 pour diviseur, et 8₶ 14ſ 9₰ pour quotient.

Ces deux exemples et les deux qui terminent l'article des multiplications complexes se servent réciproquement de preuve.

Des fractions décimales.

134. En ne plaçant ici les fractions décimales qu'après les fractions vulgaires, nous croyons suivre la progression naturelle des idées à cet égard. En effet, si l'on avait connu d'abord les fractions décimales, il est vraisemblable qu'on ne se serait jamais avisé de s'engager dans un labyrinthe de subdivisions, dont le moindre inconvénient est d'allonger de beaucoup les opérations.

135. On entend par *fractions décimales*, celles qui sont censées avoir pour dénominateur, l'unité suivie d'un ou de plusieurs zéro. Nous disons *censées avoir*, parce que ces dénominateurs sont toujours sous-entendus, et se déterminent par les places qu'occupent les chiffres du numérateur. Voici les conventions à l'aide desquelles on parvient à exprimer, sans effort et de la manière la plus simple possible, toutes les fractions décimales imaginables.

136. On est convenu de diviser l'unité, telle qu'elle puisse être, en parties de dix en dix fois plus petites; ce qui a fait donner à cette numération le nom de *décimale*. Ainsi, tout comme l'on imagine la dixaine composée de dix unités simples, on conçoit de même l'unité composée à son tour de dix parties plus pe-

tites, qu'on nomme *dixièmes*. Mais, pour ne point confondre ces nouvelles unités avec les unités entières, et prévenir sans retour toute espèce d'équivoque, on les sépare par une virgule. Ainsi, pour exprimer 3 unités et 5 dixièmes, on écrit 3, 5.

On conçoit de même chaque dixième comme composé, à son tour, de dix autres parties plus petites que l'unité primitive, et que, pour cette raison, on nomme *centièmes*. On les écrit à la suite des dixièmes.

Chaque centième, on le regarde encore comme composé de dix autres parties plus petites, dont chacune est par conséquent mille fois plus petite que l'unité primitive, et qui dès-lors prennent le nom de *millièmes*. On les écrit à la droite des centièmes.

En suivant ainsi ce même ordre de décroissement, les nouvelles subdivisions conduisent à de nouvelles unités que, par la même raison d'analogie, on nomme *dix-millièmes*, *cent-millièmes*, *millionièmes*, etc., et qu'on continue d'écrire successivement les unes à la suite des autres, de gauche à droite.

137. Pour énoncer un nombre qui renferme des parties décimales, on commence par énoncer les chiffres qui sont à la gauche de la virgule; et puis, on continue de la même manière à l'égard de ceux qui sont à la droite, en observant d'ajouter au dernier, le nom des décimales qui lui est propre.

Ainsi, pour énoncer, 49,486, au lieu de dire, 49 unités, 4 dixièmes, 8 centièmes et 6 millièmes, on lira : 49 unités, quatre cent quatre-vingt-six *millièmes*. Ce principe, qui a été mis en action à l'égard des entiers, est fondé sur la loi qui sert de base à notre numération, et qui est commune aux parties décimales; puisque celles-ci, aussi bien que les nombres entiers, se composent d'unités décuples de droite à gauche. Et, pour faire un rapprochement qui achevera d'éclaircir notre idée, c'est ainsi qu'au lieu de dire 4 centaines, 8 dixaines et 6 unités, on dit 486 unités.

Quant à l'espèce du dernier chiffre décimal, on est sûr de la déterminer bientôt en se rappelant, qu'à la terminaison près, elle est relative à l'expression de l'unité suivie d'autant de zéro qu'il y a de chiffres à énoncer. Ainsi, si j'avais 6 chiffres décimaux, l'unité suivie de 6 zéro étant un million, j'aurais des millionièmes à énoncer. Cette considération contribue à aider l'imagination dans les cas où le nombre des chiffres décimaux est considérable.

138. Puisque la virgule est destinée à séparer les unités entières d'avec les parties décimales, et que la valeur de chaque chiffre décimal dépend essentiellement de la place qu'il occupe, et par conséquent de sa distance à cette même virgule; il résulte de là que

139.
1° *Pour rendre un nombre* 10, 100, 1000, *etc.*, *fois plus grand, c'est-à-dire, pour le multiplier par* 10, *par* 100, *par* 1000, *etc.*, *il ne s'agit que d'avancer la virgule sur la droite de* 1, 2, 3, *etc.*, *places.*
2° *Pour rendre un nombre* 10, 100, 1000, *etc.*, *fois plus petit, c'est-à-dire, pour le diviser par* 10, *par* 100, *par* 1000, *il suffit de reculer la virgule sur la gauche de* 1, 2, 3, *etc.*, *places.*

Ainsi, si dans le nombre 324,3251 je gagne une place de gauche à droite, et que je place la virgule entre le 3 et le 2 de la manière suivante, 3243,251 ; il résulte de là que les centaines du premier nombre sont changées en mille dans le nouveau; les dixaines, en centaines; les unités, en dixaines; les dixièmes, en unités, et ainsi de suite. Donc, le nombre entier est devenu dix fois plus grand, puisque chacune de ses parties a été décuplée; c'est-à-dire, qu'il a été multiplié par 10. Et on prouverait, par un raisonnement semblable, qu'on l'aurait rendu de même 100,1000, etc., fois plus grand, si, au lieu d'une, on eût gagné 2, 3, etc., places.

Si, au contraire, je recule la virgule d'une place, et que j'écrive 32,43251; il en résulte alors que les centaines du premier nombre ne représentent plus que des dixaines dans celui-ci; les dixaines, que des unités; les unités, que des dixièmes, etc. Donc le nombre entier est devenu dix fois plus petit, puisque chacune de ses parties est devenue dix fois plus petite; donc il a été divisé par 10. Et on prouverait, par un raisonnement semblable, qu'on l'aurait rendu 100,1000, etc., fois plus petit, si, au lieu de reculer la virgule d'une place seulement, on l'eût reculée de 2, 3, etc., places.

140. Les zéro font le même office dans les décimales que dans les nombres entiers. Ils sont destinés à tenir lieu de l'ordre d'unités qui ne se trouve pas dans un nombre proposé. Ainsi, pour exprimer 5 dixièmes, j'écris 0,5; pour exprimer 5 centièmes, 5 millièmes, 8 dix-millièmes, j'écris 0,05; 0,005; 0,0008 : dans le premier cas, le zéro tient lieu d'unités entières; dans le second, ils tiennent lieu d'entiers et de dixièmes; dans le troisième, ils tiennent lieu d'entiers, de dixièmes et de centièmes; et enfin, dans le dernier cas, ils remplacent tous ces divers ordres d'unités, et en outre les millièmes.

141. En comparant actuellement l'expression naturelle de ces quatre fractions décimales avec l'expression artificielle de ces mêmes fractions, qui serait $\frac{5}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{5}{1000}$, $\frac{8}{10000}$, on en déduira facilement les deux conséquences suivantes:

1° *Pour transformer en chiffres décimaux, une fraction vulgaire susceptible de cette transformation, il suffit d'écrire le numérateur de la fraction proposée après la virgule, de manière qu'il y ait autant de chiffres décimaux en tout, qu'il y a de zéro dans le dénominateur de ladite fraction.*

2° *Pour mettre sous la forme de fraction ordinaire, une fraction exprimée en décimales, il ne s'agit que de regarder les chiffres décimaux comme le numérateur d'une fraction, à laquelle on donnera pour dénominateur, l'unité suivie d'autant de zéro qu'il y a de chiffres décimaux.*

142. Et, en réfléchissant sur la nature de ces propositions, il est aisé d'en conclure qu'*on peut ajouter ou effacer, sur la droite des parties décimales, autant de zéro que l'on voudra, sans changer la valeur de ces parties.* C'est ainsi que 0,3 sont égaux à 0,30, sont égaux à 0,300, etc.

Dans le premier cas, on prend dix fois plus de parties, il est vrai; mais aussi l'espèce de ces parties devient dix fois plus petite, puisque les dixièmes sont changés en centièmes (136). Dans le second cas, on prend encore 100 fois plus de parties; mais, en revanche, ces parties deviennent 100 fois plus petites, puisque les dixièmes sont changés en millièmes (136). Ce procédé revient donc à multiplier les deux termes d'une fraction par 10, par 100, par un même nombre enfin; ce qui n'en change pas la valeur (70). Par un raisonnement inverse, on prouverait également qu'effacer un ou plusieurs zéro, revient à diviser les deux termes d'une fraction par un même nombre.

De l'addition des fractions décimales.

143. Les parties décimales étant soumises, comme

nous l'avons déja fait observer plus haut, à la même loi de numération que les nombres entiers, c'est-à-dire, se composant, comme eux, de dixaines de droite à gauche, la règle pour les additionner est absolument la même que celle que nous avons déja exposée (15); à cette exception près, qu'il faut avoir soin de séparer dans la somme, autant de chiffres sur la droite, qu'il se trouve de décimales dans celui des nombres partiels qui en a le plus. Un seul exemple suffira pour fixer irrévocablement les idées à cet égard.

On propose d'ajouter les trois nombres 0,56..... 0,492...0,3852.

Je dispose d'abord les trois nombres, de manière que les unités de même ordre se trouvent dans une même colonne, comme on le voit ci-après :

$$\begin{array}{l} 0{,}56\,.\,. \\ 0{,}492\,. \\ \underline{0{,}3852} \\ 1{,}4372 \text{ somme.} \end{array}$$

Et, après avoir trouvé pour somme 14372, je sépare les 4 derniers chiffres sur la droite, parce qu'il se trouve 4 chiffres décimaux dans celui des nombres proposés qui en a le plus.

De la soustraction des fractions décimales.

144. Par la même raison que nous venons d'alléguer, au sujet de l'addition, la soustraction des fractions décimales ne diffère en rien de celle des nombres entiers. On observera seulement pour la facilité du calcul, de rendre égal de part et d'autre le nombre des chiffres décimaux, en ajoutant autant de zéro qu'il sera nécessaire, à la suite des deux nombres qui

en aura le moins; ce qui n'en changera pas la valeur (142).

Ainsi, si de 657,37 on veut ôter 239,4958,

$$\begin{array}{l} 657{,}3700 \\ \underline{239{,}4958} \\ 417{,}8742 \text{ différence.} \end{array}$$

Je commence par mettre deux zéro à la suite du premier de ces deux nombres; j'opère ensuite comme pour les nombres entiers, selon ce qui a été prescrit au n° 37; et, après avoir trouvé pour différence 4178742, j'y place la virgule dans la même colonne où se trouvait celle des nombres proposés.

Les preuves de l'addition et de la soustraction des nombres décimaux étant absolument les mêmes que celles relatives aux mêmes opérations sur les nombres entiers, nous nous abstenons d'en parler.

De la multiplication des fractions décimales.

145. *Pour multiplier des fractions décimales entre elles, il faut procéder, sans aucun égard à la virgule, d'après la même règle que nous avons déja exposée* (29) *pour les nombres entiers; et l'on séparera ensuite dans le produit, autant de chiffres vers la droite, qu'il y aura de décimales, tant dans le multiplicande que dans le multiplicateur.*

EXEMPLE.

On propose de multiplier.	18,77
par	24,3
	5631
	7508.
	3754..
	456,111 produit.

Je multiplie d'abord ces deux nombres entre eux, comme s'ils ne contenaient que des unités entières; et, après avoir trouvé pour produit 456111, je sépare les trois dernières figures sur la droite, parce qu'il se trouve 3 chiffres décimaux en tout dans les deux facteurs; et en voici la raison:

Si j'avais 18,77, c'est-à-dire 1877 centièmes à multiplier par 243 entiers, il est évident que, le produit devant être des centièmes (23), j'aurais à y séparer 2 chiffres sur la droite, pour qu'il exprimât des centièmes. Mais comme le multiplicateur est 24,3, c'est-à-dire 10 fois plus petit que 243 entiers (139), le produit, devant être dès-lors 10 fois plus petit que dans la première hypothèse, ne devra plus exprimer que des millièmes. Or, pour qu'il marque des millièmes, il faut séparer trois chiffres sur la droite (139), et par conséquent autant qu'il y en a dans les deux facteurs. Et, comme un raisonnement semblable est applicable à tous les cas indistinctement, donc, etc.

146. On doit conclure tout naturellement de là que *quand le multiplicande ou le multiplicateur seulement renferme des décimales, il faut y faire abstraction de la virgule, et séparer sur la droite du produit autant de chiffres décimaux qu'il s'en trouve dans celui des facteurs qui en est accompagné.*

147. Il peut arriver que, dans certains cas, le produit ne se compose pas d'assez de chiffres, pour qu'on puisse lui appliquer la règle précédente. Alors, il faut écrire, à la gauche de ce produit, le nombre de zèro nécessaire pour satisfaire à cette condition. Ainsi, si j'ai par exemple 1,325 à multiplier par 0,00054, le produit 71550 ne contenant que cinq chiffres, tandis que je dois séparer 8 chiffres décimaux, je ne puis me conformer à la règle qui vient d'être prescrite, qu'en écrivant, comme ci-après à la gauche de ce nombre, quatre zéro, dont le premier tient la place des unités 0,00071550.

Voici quelques exemples destinés à exercer le lecteur:

On propose de multiplier 24,514 par 2,012, puis 0,235 par 0,012, et puis 0,0045 par 0,0006.

I^{er} EX.	II^{e}	III^{e}
24,514	0,235	0,0045
2,012	0,012	0,0006
49,322168	0,002820	0,00000270.

De la division des fractions décimales.

148. *Pour diviser, l'un par l'autre, deux nombres accompagnés de décimales, il faut écrire, à la suite de celui qui en a le moins, autant de zéro qu'il est nécessaire, pour rendre égal dans chacun le nombre des chiffres décimaux; ce qui ne changera pas la valeur de ce nombre (142). On fait ensuite abstraction de la virgule, on opère comme pour les nombres entiers, et il n'y a rien à changer au quotient.*

EXEMPLE.

On propose de diviser 456,11 par 24,3.

Je commence par ajouter un zéro à la suite du diviseur, je fais abstraction de la virgule, et je divise ensuite 45611 par 2430 purement et simplement.

45611	2430
21311	18
1871	

Je trouve 18 pour quotient et 1871 pour reste, c'est-à-dire, que le quotient dans son intégrité est $18\frac{1871}{2430}$. Mais comme, dans la numération décimale, on a principalement pour but d'éviter les fractions ordinaires; au lieu de m'arrêter à ce reste 1871, et de l'écrire sous la forme de fraction, je continue l'opération de la manière suivante :

45611	2430
21311	18,76
18710	
17000	
2420	

C'est-à-dire, qu'après avoir trouvé les unités du quotient en nombre entier, je mets un zéro à la suite de 1871, et continue de diviser 18710 par 2430. Le résultat de cette division étant 7, je l'écris à la suite du quotient, mais en ayant soin de le séparer d'avec les unités entières par une virgule, destinée à lui faire marquer 7 dixièmes; attendu que je viens de rendre 10 fois trop grand le dividende partiel dont il provient, en écrivant un zéro à sa suite.

A côté du second reste 1700, j'écris encore un zéro, pour être en état de poursuivre ma division; ce qui est absolument la même chose que si j'avais écrit d'abord deux zéro à la suite du premier reste. Mais, en écrivant ce second quotient 6 à la suite du précédent, je lui fais marquer des centièmes, et lui assigne par-là sa véritable valeur; puisqu'il est le résultat d'un dividende partiel que j'ai rendu cent fois trop grand, en y ajoutant successivement deux zéro. Je me borne à ces deux décimales, et je trouve par ce moyen un quotient qui ne peut différer du rigoureux d'un centième d'unité, puisqu'on n'aurait pas pu y écrire un centième de plus ni de moins, sans le rendre trop grand ou trop petit.

Cet exemple et celui de la multiplication du n° 145 se servent réciproquement de preuve. La différence d'un centième au quotient vient de ce qu'on a négligé un millième d'unité dans le dividende.

149. Nous n'avons pas poussé plus loin la division dans cet exemple, parce que, dans le commerce, on se contente de centièmes. Mais il est bon d'observer, qu'à l'aide d'un pareil procédé, on peut approcher à l'infini du quotient exact, et pousser par conséquent l'opération à tel dégré d'exactitude que l'on veut, en ajoutant au reste un nombre de zéro relatif à cette exactitude même; c'est-à-dire, en ajoutant 3, 4, 5, etc., zéro, selon qu'on veut avoir la valeur du quotient à moins d'un millième, d'un dix-millième, d'un cent-millième, etc., d'unité près.

150. La règle que nous venons de prescrire pour la division des fractions décimales, est fondée sur ce que, d'après la définition que nous avons donnée de cette opération en elle-même (39), le quotient de deux nombres ne dépend point de l'espèce de leurs unités, pourvu qu'elle y soit homogène. Car, c'est

une vérité bien sensible que 6 livres ne contiennent pas autrement 3 livres, que 6 sous ne contiennent 3 sous, que 6 deniers ne contiennent 3 deniers, etc. Or, en mettant, à la suite du nombre qui a le moins de décimales, autant de zéro qu'il en faut pour que le nombre en devienne égal de part et d'autre, on ne fait que rendre par-là l'espèce d'unités absolument la même dans le dividende et le diviseur; puisqu'après la suppression de la virgule, ils exprimeront des centièmes s'il y a deux chiffres décimaux, des millièmes s'il y en a trois, et ainsi de suite.

Dans la dernière opération par exemple, le dividende est changé en 45611 centièmes, et le diviseur en 2430 centièmes. Or, le quotient sera toujours le même, soit qu'on regarde ces deux nombres comme exprimant des unités entières, ou bien comme exprimant des centièmes seulement. La considération de la virgule est donc tout-à-fait superflue, dès qu'on a complété le nombre des décimales, parce que, encore un coup, on rend homogène par cette précaution, la nature des unités dans les deux nombres proposés.

151. On doit conclure tout naturellement de là que *quand le dividende ou le diviseur seulement renferme des décimales, il faut y faire abstraction de la virgule, mettre à la suite du nombre entier, autant de zéro qu'a de chiffres décimaux l'autre nombre; et il n'y aura rien à changer au quotient.*

152. Avant d'aller plus loin, remarquons en passant que la manière dont nous avons opéré dans l'exemple précédent, prouve qu'on peut toujours convertir en décimales des fractions vulgaires, en écrivant à la suite du numérateur autant de zéro qu'on veut avoir de chiffres décimaux, et en effectuant ensuite la division par le dénominateur. C'est ainsi que

nous avons trouvé plus haut que $\frac{1871}{2430}$ valaient 0,76, à moins d'un centième près.

153. De même que, dans certains cas, on cherche la valeur du quotient à moins d'un centième près, on peut se proposer aussi, dans d'autres, de le trouver à moins d'un seizième, d'un trente-deuxième, d'un soixante-quatrième, etc., d'unité près.

Ainsi si, dans l'exemple précédent, je veux approcher du quotient exact à moins d'un seizième d'unité près, je multiplie par 16 le reste 1871, et j'en divise le produit 29936 par 2430, ce qui me donne 12; de sorte que le quotient, dans son intégrité, est 18 $\frac{12}{16}$ à moins d'un seizième d'unité près, puisqu'on ne peut écrire $\frac{1}{16}$ de plus ni de moins, sans rendre ce quotient trop fort ou trop faible.

Ce procédé est entièrement fondé sur le principe que nous venons d'exposer (149), pour approcher du quotient exact à un dixième, un centième, etc., d'unité près. On a multiplié le reste de division par 16 pour avoir des seizièmes, comme on l'avait multiplié par 100 pour avoir des centièmes, comme on l'aurait multiplié par 32 pour avoir des trente-deuxièmes, par 64 pour avoir des soixante-quatrièmes, et ainsi de suite.

Voici quelques exemples sur lesquels on pourra s'exercer :

On propose de diviser d'abord 2453,15 par 236,45; puis 0,0052 par 0,035; puis 0,0071 par 0,008, et enfin 0,239 par 0,0005.

I^er EX.		II^e		III^e		IV^e	
245315	23645	000520	00350	000710	00080	02390	00005
0088650	10,37	1700	0,14	700	0,88	39	478.
177150		300		60		40	
11635						00	

Abréviations dérivant de ce qui précède.

154. Des notions précédentes on doit conclure que toutes les fois que, dans la division des nombres entiers ou des fractions décimales, le diviseur est terminé par des zéro, on peut abréger l'opération, en les regardant d'abord comme non-avenus, pourvu qu'on sépare, sur la droite du dividende, autant de chiffres qu'il y a de zéro dans le diviseur. On divise ensuite les entiers du dividende par les chiffres significatifs du diviseur, et, s'il y a un reste, on écrit à sa suite les chiffres qu'on a séparés; ce qui donne le reste total.

Ainsi, si l'on me propose de diviser 236475 par 4800, je barre d'abord les deux zéro du diviseur, je sépare les deux derniers chiffres du dividende, et j'opère de la manière suivante :

2364,75	$48\cancel{00}$
444	$49\ \frac{1275}{4800}$.
1275	

Je divise les 2364 entiers du dividende par 48, et, après avoir trouvé 49 pour quotient et 12 pour reste, j'écris 75 à la suite de 12, ce qui fait 1275 pour reste total; c'est-à-dire, que le quotient exact est $49\ \frac{1275}{4800}$.

Si j'avais voulu l'évaluer à moins d'un centième d'unité près, j'aurais continué la division de la même manière; mais, au lieu d'écrire deux zéro à la suite du reste 12, je ne les aurais écrits qu'à la suite du reste total 1275.

Pour sentir la raison de ce principe, il suffit de se rappeler que, le dividende et le diviseur n'étant autre chose qu'une quantité fractionnaire, on peut les diviser par un même nombre sans altérer la valeur du quotient (71).

De l'évaluation des fractions décimales.

155. L'évaluation des fractions décimales, fondée sur le même principe que celle des fractions ordinaires, devient d'autant plus simple que la division par le dénominateur est en quelque sorte illusoire, puisqu'elle ne consiste que dans le placement de la virgule.

Ainsi, si l'on me demande combien valent 0,77 de florin de banque d'Amsterdam, comme le florin de banque vaut 20 sous communs, je multiplie par 20 et divise le produit 1540 par 100, ce qui se réduit à séparer les deux derniers chiffres (139); au moyen de quoi j'ai 15 sous communs, et 0,40 de sou commun de reste; et, en multipliant cette dernière fraction par 16, pour l'évaluer en penins, j'ai pour produit 640 dont le centième est 6 penins, plus 0,40 : c'est-à-dire que 0,77 de florin de banque valent en tout 15 sous communs, 6 penins et 0,40 de penin.

Notions préliminaires sur les proportions.

DES RAISONS.

156. Les mots *rapport* et *raison* sont de parfaits synonymes dans le langage des mathématiciens. Ils s'entendent tous les deux de la relation qu'ont entre elles deux quantités, de leur manière d'être l'une à l'égard de l'autre, comparées ensemble.

157. Cette comparaison peut avoir deux objets différents : celui de savoir combien la première de ces deux quantités surpasse la seconde ou en est surpassée, ou bien encore de connaître combien de fois la pre-

mière de ces deux quantités contient la seconde ou est contenue dans elle. Dans le premier cas, le rapport est dit *arithmétique*, et dans le second, *géométrique*. Les rapports arithmétiques n'ayant aucune application dans le commerce, nous nous bornerons à parler des autres.

158. Pour revenir donc, quand je compare 6 avec 3, pour savoir combien de fois ce premier nombre 6 contient 3, le quotient $\frac{6}{3}$ ou 2 entiers, résultat de cette comparaison, est ce qu'on appelle le rapport de 6 à 3, qu'il faut écrire ainsi 6:3; et quand je compare 3 avec 6 toujours dans le même objet, c'est-à-dire pour savoir combien de fois 3 contient 6, le quotient $\frac{3}{6}$ ou un demi est aussi le rapport de 3 à 6, qui s'écrit 3:6. Ces deux points, placés de la sorte entre deux nombres qu'on compare ensemble, sont destinés à marquer qu'on examine leur rapport géométrique.

159. Des deux nombres qui concourent à former un rapport, le premier se nomme *antécédent*, et le second *conséquent*. On les appelle aussi, d'un nom commun, les *deux termes* du rapport.

160. Le rapport entre deux nombres n'étant autre chose que le quotient résultant de la division du premier par le second, il suit de-là que tout rapport est une fraction proprement ou improprement dite, selon que l'antécédent est plus petit ou plus grand que son conséquent; et que dès-lors *un rapport ne saurait changer par la multiplication ou la division de ses deux termes par un même nombre* (70).

161. Ce principe est d'une application très-utile, et d'un fréquent usage. Il sert à simplifier les rapports, en les ramenant à des expressions plus simples. Si j'ai par exemple ce rapport 90:18, je divise l'antécédent et le conséquent chacun par 9, et j'y substitue 10:2,

rapport parfaitement égal au premier, et qui offre l'avantage d'être exprimé par de plus petits nombres.

Si j'ai encore cet autre rapport $5\frac{2}{7} : 8\frac{3}{9}$, je mets d'abord les entiers sous la forme de fractions, et j'ai à y substituer $\frac{37}{7} : \frac{75}{9}$; puis, je réduis ces deux expressions fractionnaires au même dénominateur (78), ce qui me donne $\frac{333}{63} : \frac{525}{63}$; j'en multiplie les deux termes par 63 en supprimant le dénominateur commun (77), et j'obtiens 333:525. Enfin, je divise par 3, et j'ai en dernière analyse 111:175, rapport parfaitement égal au rapport proposé $5\frac{2}{7} : 8\frac{3}{9}$, et dont l'examen est bien plus commode.

162. Puisque le rapport de deux nombres n'est que le quotient du premier par le second, et par conséquent une quantité fractionnaire, il suit de-là que les deux propositions déja établies (73 et 74) sont naturellement applicables aux rapports en général, d'où je tire les deux conclusions suivantes:

163. 1° *Un rapport est d'autant plus grand qu'un autre, que l'antécédent du premier est plus grand que l'antécédent du second, ou que le conséquent du premier est plus petit que le conséquent du second.*

Ainsi $100\frac{1}{2} : 100$ est plus grand que $100\frac{1}{4} : 100$; $100\frac{1}{2} : 99$ est plus grand que $100\frac{1}{2} : 100$; et à plus forte raison $100\frac{1}{2} : 100$ est-il plus grand que $100 : 100\frac{1}{2}$.

164. 2° *Un rapport est d'autant plus petit qu'un autre, que l'antécédent du premier est plus petit que l'antécédent du second, ou que le conséquent du premier est plus grand que le conséquent du second.*

Ainsi 99 : 100 est plus petit que $99\frac{1}{2} : 100$; 98 : 100 est plus petit que 98 : 99; et à plus forte raison $99\frac{1}{2} : 100$ est-il plus petit que $100 : 99\frac{1}{2}$.

165. Il suit encore de ce qui a été exposé (160) que *l'on peut, sans altérer un rapport, réduire toujours à l'unité l'antécédent ou le conséquent dudit rapport, en divisant ses deux termes par le plus petit des deux.*

Ainsi, dans ce rapport 3:9, en divisant 3 et 9 chacun par 3, j'ai ce nouveau rapport 1:3, parfaitement égal au premier (160); et dans cet autre 12:4, en divisant pareillement 12 et 4 chacun par 4, il en résulte ce second rapport 4:1, parfaitement égal au rapport donné 12:4 (160).

En effet, si le rapport proposé est une fraction proprement dite, l'antécédent étant tout-à-la-fois dividende et diviseur, le quotient qui est substitué au dit antécédent ne peut manquer d'être l'unité. Si le rapport est une fraction improprement dite, le même raisonnement s'applique littéralement au conséquent: donc, etc.

Des proportions.

166. La comparaison ou l'assemblage de deux rapports égaux forme ce qu'on appelle une *proportion.*

167. D'après cette définition, on voit qu'il y entre nécessairement quatre quantités qu'on appelle, génériquement parlant, les *quatre termes* de la proportion. Quand on veut les désigner d'une manière plus particulière, on dit en parlant des premier et second termes, *antécédent* et *conséquent* du premier rapport; et, en parlant des troisième et quatrième, *antécédent* et *conséquent* du second rapport. Les premier et quatrième termes se nomment encore les extrêmes; et les termes intermédiaires, les moyens de la proportion.

168. Soient donnés les deux rapports égaux 12:3 et 16:4, je dis que ces quatre nombres forment la proportion que voici, et qu'on écrit de la manière suivante:

$$12:3::16:4$$

Les deux points signifient *est à*, et les quatre points *comme*, de sorte qu'on doit l'énoncer ainsi: *douze est à trois comme seize est à quatre.*

Voici encore d'autres signes d'abréviation, usités dans les proportions; le suivant $\times$ veut dire *multiplié par;* cet autre — placé entre deux nombres au-dessus l'un de l'autre, comme dans les fractions, signifie *divisé par;* et celui-ci $=$ veut dire *égale.* Ainsi, pour faire l'application de ces trois signes à la phrase suivante, 16 *multiplié par* 3 *divisé par* 12 *égale* 4, j'écris $\frac{16\times 3}{12}=4$.

169. La proportion est dite croissante ou décroissante, selon que les antécédents sont plus petits ou plus grands que leurs conséquents. Ainsi celle qui précède est décroissante, tandis que celle-ci 3:12 :: 4:16 est croissante.

170. Dans toute proportion, *le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.* Cette propriété est inhérente à l'essence même de la proportion.

Ainsi, dans cette proportion par exemple 3:9 :: 4:12, je dis que le produit de 3 par 12 doit être le même que celui de 9 par 4; ce qui, abstraction faite des nombres, donne lieu à la formule générique suivante: $\overset{\text{extrêmes}}{3\times 12}=\overset{\text{moyens}}{9\times 4}$, produits qui font également 36.

En effet, si dans la proportion supposée 3:9 :: 4:12, les deux antécédents étaient l'unité, et que les conséquents fussent égaux entre eux comme dans cet exemple 1:3 :: 1:3; ou bien encore, si les deux antécédents étaient égaux entre eux, et que les deux conséquents fussent l'unité comme dans cet autre exemple 3:1 :: 3:1; il est de la dernière évidence que le produit des extrêmes serait égal au produit des moyens. Mais toute proportion peut être ramenée à l'une ou l'autre de ces deux hypothèses, en divisant les deux termes de chaque rapport par le plus petit des deux, selon ce qui a été déja prouvé (165).

Ainsi, si dans la proportion 3:9 :: 4:12, je divise 3 et 9 chacun par 3, j'ai un autre rapport égal au premier (160), sous cette nouvelle expression 1:3. Si je divise pareillement 4 et 12 chacun par 4, j'ai encore un autre rapport égal, sous cette nouvelle expression 1:3, et par conséquent cette nouvelle proportion 1:3 :: 1:3. Or, si le produit des extrêmes est égal au produit des moyens après cette division, il devait nécessairement l'être auparavant, puisqu'on n'a fait que substituer deux rapports égaux à deux rapports égaux.

Quand la proportion est décroissante, ce sont, au contraire, les antécédents qui deviennent égaux entre eux, et les conséquents qui se trouvent réduits à l'unité.

171. Si l'on examine un peu attentivement le procédé qui nous a servi à prouver cette dernière proposition, on verra que cette propriété ne peut appartenir qu'à quatre quantités qui soient en proportion. Car si le premier rapport n'était pas égal au second, il n'y aurait jamais que les deux antécédents ou les deux conséquents qui deviendraient égaux entre eux, lorsqu'on réduirait les deux rapports à leur plus simple expression, en répétant la même épreuve. Donc *toutes les fois que quatre quantités sont telles que le produit des extrêmes est égal au produit des moyens, ces quantités forment une proportion.*

172. De ce principe qui est la base fondamentale des proportions, dérive immédiatement cette conséquence que, *de quelque manière que l'on combine les quatre termes d'une proportion, la proportion subsistera tou-*

jours, pourvu que dans cet arrangement des termes, le premier n'ait pas le dernier pour conséquent, ni celui-ci le premier. Cette permutation donne lieu à huit proportions différentes que voici :

3:12 :: 4:16	proportion directe.
4:16 :: 3:12	transposition des rapports directs.
12: 3 :: 16: 4	rapports simplement inverses.
16: 4 :: 12: 3	rapports inverses et par transposition.
4: 3 :: 16:12	permutation d'antécédents.
16:12 :: 4: 3	permutation de conséquents.
3: 4 :: 12:16	alterne de la première espèce.
12:16 :: 3: 4	alterne de la deuxième espèce.

Car, dans tous ces divers changements, le produit des extrêmes sera égal au produit des moyens.

173. Puisqu'on peut prendre le produit des extrêmes pour celui des moyens et réciproquement, il suit de-là qu'il est toujours facile de trouver le 4ᵉ terme d'une proportion dont on connaît les trois autres. Si le terme inconnu est un extrême, *il suffit de multiplier les deux moyens et de diviser par l'extrême connu.* Ainsi, si l'on me demande le 4ᵉ terme d'une proportion dont les trois premiers seraient ceux-ci 3:12 :: 4:x (nous appellerons toujours x le terme inconnu); je multiplie 12 par 4, je divise le produit 48 par 3, et le quotient 16 est le 4ᵉ terme demandé.

174. Si le terme inconnu est un des moyens, *il faut multiplier les deux extrêmes et diviser par le moyen connu.* Ainsi, si l'on me demande le 3ᵉ terme de cette proportion 3:12 :: x:16, je multiplie 16 par 3, je divise le produit 48 par 12, et le quotient 4 est le 3ᵉ terme demandé.

175. Puisqu'une proportion n'est que l'assemblage de deux rapports égaux, il suit de ce que nous avons

dit (158) que, pour trouver la raison d'une proportion, il faut diviser un de ses antécédents par son conséquent. Il résulte de-là qu'en divisant l'antécédent d'un rapport par la raison, on doit retrouver le conséquent de ce rapport; et qu'en multipliant le conséquent d'un rapport par la raison, on doit retrouver son antécédent (40).

Je tire de-là les deux conséquences suivantes:

1° *Dans toute proportion chaque conséquent est égal à son antécédent divisé par la raison ;*

2° Et *chaque antécédent est égal à son conséquent multiplié par la raison.*

176. En réfléchissant un peu sur ces deux dernières propositions, on y découvre un nouveau moyen de trouver tel terme que l'on voudra d'une proportion dont on connaîtrait les trois autres. Car, en appliquant littéralement ces propositions à la question dont il s'agit, et en substituant aux mots premier antécédent, premier conséquent, ceux de premier et second termes et ainsi de suite, on verra que

pour trouver	le 4ᵉ terme. le 2ᵉ —	il faut diviser....	le 3ᵉ le 1ᵉʳ	par la raison de la proportion.
	le 3ᵉ — le 1ᵉʳ —	il faut multiplier.	le 4ᵉ le 2ᵉ	

177. Nous aurons occasion de voir dans le second volume combien, dans certains cas, ce procédé abrége les calculs. En attendant, qu'on se figure qu'il s'agisse de trouver les 4ᵉᵐᵉˢ termes (les conséquents du second rapport) de vingt proportions différentes, dont les deux premiers seraient constamment les mêmes. On sent qu'il sera bien plus court, en pareil cas, d'évaluer d'abord la raison régnante dans ces proportions, et de la faire servir de diviseur à l'égard de chaque 3ᵉ

terme (c'est-à-dire des antécédents du second rapport); puisqu'on s'épargne par-là la longueur qu'entraînerait la multiplication successive des deux moyens l'un par l'autre. Car, sauf l'évaluation de cette raison, le reste de l'opération se balance; il tient à une division de part et d'autre.

178. Puisque, dans toute proportion, on peut sans la troubler, mettre le troisième terme à la place du second, et le second à la place du troisième, comme nous l'avons vu (172) dans la proportion alterne de la 1ʳᵉ espèce; il suit de-là que *la proportion subsistera toujours, si l'on multiplie ou l'on divise ses deux antécédents ou ses deux conséquents par un même nombre.* Car, en supposant cette permutation des moyens opérée, les deux antécédents deviendront les deux termes du premier rapport, et les deux conséquents les deux termes du second. Cela revient par conséquent à multiplier ou à diviser les deux termes d'un rapport par un même nombre : *donc la proportion subsistera encore après cette multiplication.*

179. *Toutes les fois que les deux termes d'un rapport sont deux fractions ayant un même numérateur, on peut simplifier ce rapport, en supprimant ce numérateur commun, et en renversant l'ordre des dénominateurs.* Ainsi, dans cette proportion $\frac{3}{7}:\frac{3}{10}::15:x$, je substitue au premier rapport, cet autre plus simple qui lui est parfaitement égal $7:10$; et en voici la preuve :

Le rapport consistant dans la division de l'antécédent par le conséquent, pour évaluer celui $\frac{3}{7}$ à $\frac{3}{10}$, il faut diviser $\frac{3}{7}$ par $\frac{3}{10}$; c'est-à-dire multiplier $\frac{3}{7}$ par $\frac{10}{3}$, et le résultat de cette opération est par conséquent $\frac{30}{21}$, ou $30:21$. Mais, en se rendant un peu attentif sur la formation de ce dernier rapport, on voit que le dénominateur de la seconde fraction, multiplié par le numérateur de la première, devient premier terme dudit rapport; et que le dénominateur de la première, multiplié par le numérateur de la seconde, en devient le second terme. Voilà pour la permutation des dénominateurs dans leur ordre renversé. Mais puisque ce numérateur est supposé le même dans les deux fractions, et qu'il est facteur dans les deux termes du rapport, on peut le supprimer, puisque cela revient à en diviser les deux dits termes par le même nombre. Et comme cette démonstration est indépendante des nombres que nous avons choisis, et qu'elle est applicable à tous les cas possibles semblables : donc, etc.

180. On appelle *rapport composé*, celui qui résulte du produit de plusieurs rapports dont on multiplie les antécédents et les conséquents entre eux ; et *rapports composants*, ceux qui concourent à former un rapport composé. Si j'ai les trois rapports suivants,

$$\begin{array}{r} 9:3 \\ 4:2 \\ 16:4 \\ \hline 576:24 \end{array}$$

et que je multiplie les trois antécédents et les trois conséquents entre eux, il en résulte le rapport composé 576 : 24. Ce rapport est le même que si j'avais évalué séparément chaque rapport composant, et qu'ensuite j'eusse multiplié entre eux les nombres qui exprimaient ces valeurs ; de sorte qu'on peut dire qu'en général, *la valeur d'un rapport composé est le produit des valeurs simples qui le composent.*

En effet, multiplier entre eux les antécédents et les conséquents de plusieurs rapports, c'est multiplier entre eux les numérateurs et les dénominateurs de plusieurs quantités fractionnaires (160). Or, évaluer chaque

rapport composant, c'est, lorsque ces rapports sont réductibles, y substituer des expressions plus simples ; donc le nouveau rapport qui naît de la multiplication des rapports composants avant leur réduction, ne peut manquer d'être égal à celui qui résulte de leur multiplication, après que cette réduction est opérée, puisque cela revient à multiplier des quantités égales par des quantités égales.

Du nouveau systéme métrique.

181. L'ancien système des poids et mesures avait le double inconvénient de n'offrir aucune uniformité dans les différentes subdivisions des unités principales, et de rendre impossible la conversion des unités plus grandes en unités plus petites, toutes les fois que les premières n'étaient par multiples des secondes.

Le nouveau système au contraire, en réalisant le vœu de Buffon, a remplacé ces défauts par des avantages qui lui assurent une supériorité indépendante des temps et des lieux ; car il a son fondement dans la nature et voici comment :

On a mesuré, avec toute l'exactitude possible, le quart du méridien terrestre qui est de 5130740 toises ou 30784440 pieds (*). On a divisé cette quantité en dix millions de parties égales, et on a pris une de ces

(*) On pouvait conclure la grandeur du quart du méridien, de celle de l'arc qui traverse la France depuis Dunkerque jusqu'aux Pyrénées, et qui fut mesuré, en 1740, par les académiciens français. Mais une nouvelle mesure d'un arc plus grand encore, faite avec des moyens plus exacts, devant inspirer, en faveur du nouveau système des poids et mesures, un intérêt propre à le répandre, on résolut de mesurer l'arc du méridien parties pour la principale unité usuelle de longueur, qu'on a appellée *mètre*. Voilà le point de départ.

Mesures linéaires ou de longueur.

Le mètre est donc encore un coup la principale unité linéaire. Il vaut 3,0784440 pieds.

Une unité de	10	mètres s'appelle		*décamètre.*
Une unité de	100	—	—	*hectomètre.*
Une unité de	1000	—	—	*kilomètre.*
Une unité de	10000	—	—	*myriamètre.*
Unité......	1	—	—	*mètre.*
Une unité..	10	fois plus petite		*décimètre.*
Une unité..	100	—	—	*centimètre.*
Une unité..	1000	—	—	*millimètre.*

Mesures de superficie.

On a choisi pour unité principale, dans les mesures de superficie, un carré dont le côté serait un *décamètre*, et qui contiendrait par conséquent cent mètres carrés. On a nommé cette unité *are* (*) : ses multiples et sous-multiples se composent

d'unités	100	fois plus grandes,	dites	*hectares.*
	10	fois plus petites,	dites	*déciares.*
	100	—	—	*centiares.*

terrestre compris entre Dunkerque et Barcelonne. Les opérations que Delambre et Méchain ont faites, et que Biot et Arago ont continuées jusqu'à l'île de Formentara, donnent le quart du méridien égal à 5130740 toises. (Extrait de l'exposition du système du monde.)

(*) Tous les mots appliqués aux nouvelles mesures dérivent du grec et du latin.

Mesures de solidité.

Les mètres *cubes*, décimètres *cubes*, etc., servent à mesurer la valeur de la solidité des corps. On a nommé *stère*, une mesure destinée particulièrement aux bois de chauffage. Les composés du stère ne sont guère en usage.

Mesures de capacité.

Le *litre* est une mesure de capacité égale à un décimètre cube.

Ses multiples et sous-multiples se composent, pour les noms et pour les valeurs numériques, comme ceux des mesures de longueur. Savoir :

d'unités	10	fois plus grandes,	dites	*décalitres.*
	100	—	—	*hectolitres.*
	10	fois plus petites,	dites	*décilitres.*
	100	—	—	*centilitres.*

Poids.

Le *gramme* est un poids égal au poids d'un centimètre cube d'eau distillée.

Ses unités composées offrent la même analogie dans leur nomenclature, et la même série décimale que celles des autres mesures.

Le *myriagramme* vaut..	10,000	Unités de gramme.
Le *kilogramme* —	1,000	
L'*hectogramme* —	100	
Le *décagramme* —	10	
Le *gramme* ou l'unité	1	
Le *décigramme* vaut	0,1	
Le *centigramme* —	0,01	
Le *milligramme* —	0,001	

En récapitulant ce que nous venons de dire plus haut, il en résulte que

Le *mètre* est l'unité des mesures de longueur.	Destinée à remplacer l'usage de la toise, du pied, de l'aune, de la brasse, etc.
L'*are*, l'unité des mesures agraires ou de superficie.	Destinée à remplacer l'usage de la perche, de la toise, pied, pouces quarrés, etc.
Le *stère* ou *mètre cube*, l'unité des mesures de solidité.	Destinée à remplacer l'usage des toises, pieds, pouces cubes, etc.
Le *litre*, l'unité des mesures de capacité.	Destinée à remplacer l'usage du boisseau, du litron, de la pinte, etc.
Le *gramme*, l'unité des mesures de pesanteur.	Destinée à remplacer l'usage de la livre, du marc, de l'once, du quintal, etc.

Monnaies.

On appelle *franc* l'unité principale des monnaies. Cette unité se subdivise en *décimes* et *centimes*, toujours d'après la même échelle décimale.

Le *franc* est une pièce d'argent du poids de cinq grammes, au titre de $\frac{9}{10}$ de fin et $\frac{1}{10}$ d'alliage.

Le *décime* est une pièce de bronze qui vaut $\frac{1}{10}$ de franc.

Le *centime* est une pièce de bronze qui vaut $\frac{1}{100}$ de franc.

Le nouveau système métrique, en faisant disparaître une fois pour toutes, cette foule de dénominations arbitraires et de rapports incohérents de l'ancien, y a substitué une nomenclature méthodique; et a soumis les subdivisions et les multiples des mesures prises pour unité, à une échelle décimale qui réduit tous les calculs possibles au plus grand état de simplicité dont ils fussent susceptibles. Non-seulement toutes les parties de ce système sont étroitement liées entre

elles; mais elles ont un rapport immédiat avec les dimensions du globe terrestre. Car, nous le répétons encore, il a sa base dans la nature. Ainsi, l'étalon des nouvelles mesures aurait beau se perdre ou s'altérer par la suite des temps, à moins d'un bouleversement général, on est toujours sûr, tant que les sciences seront cultivées, d'en retrouver le type, en prenant la dix-millionnième partie de la distance du pôle à l'équateur (*).

Application des opérations de l'arithmétique au systême métrique.

182. Toutes les questions que l'on peut proposer, relatives au système métrique, trouvent leur solution dans l'application littérale des principes que nous avons exposés au sujet des fractions décimales n° 143 à 155. Quant à l'addition et à la soustraction, ce sont des opérations trop simples, pour que nous nous y arrêtions un seul instant. Passons de suite à la multiplication.

183. Je suppose qu'on veuille savoir *combien coûteront 24 mètres et 3 décimètres de drap, à raison de 18 francs 77 centimes le mètre?*

Il est évident que, puisque 1 mètre vaut 18 fr.

(*) On peut aussi retrouver le mètre dans tous les temps, sans être obligé de recourir à cette mesure, au moyen de son rapport à la longueur du pendule, qui a été fixé de la manière la plus précise par M. Borda. Il a trouvé à l'observatoire de Paris, la longueur du pendule qui fait cent mille oscillations par jour, égale à $0^{mèt.},741887$.

Les pièces de 40 fr. ont 26 millimètres de diamètre, celles de 20 fr. ont 21 millimètres; de sorte que 34 pièces de 20 fr. et 11 de 40 fr., mises l'une à côté de l'autre, donneront la longueur du mètre.

77 cent., 24 mètres et 3 décimètres vaudront 24 fois 18 fr. 77 cent. plus $\frac{3}{10}$ de fois ce même prix. Je multiplie donc 18 fr. 77 cent. par 24 et $\frac{3}{10}$ ou par 24,3 (car, nous le répétons encore, le multiplicateur ne peut jamais être qu'un nombre abstrait); et, en opérant selon la règle du n° 145, j'ai pour produit et pour réponse à la question, 456 fr. 11 ½ cent. Passons actuellement à la division.

184. Je suppose qu'*ayant payé* 456 *fr.* 11 *cent. pour* 24$^{\text{mèt.}}$, 3$^{\text{déc.}}$, *on demande à combien revient le mètre ?*

Il est évident que le nombre de francs qui exprimera le prix de 1 mètre, sera égal au nombre de fois que la somme 456 fr. 11 cent. contiendra la totalité des mètres. Pour connaître ce prix donc, je n'ai qu'à diviser 456 fr. 11 cent. par 24$^{\text{mèt.}}$, 3$^{\text{déc.}}$; c'est-à-dire que, selon la règle du n° 148, je commence par changer les 3 décimètres du diviseur en 30 centimètres, en écrivant un zéro à la suite du 3; et puis, effectuant ma division d'après le même principe, je trouve pour quotient et réponse à la question, 18 fr. 76 cent.

Cet exemple sert de preuve en même temps au précédent. La différence de 1 centime vient de ce que, dans le dividende 456 fr. 11 cent., on a négligé 1 millième de franc qui faisait partie du produit dans la première opération.

Voici un autre exemple. Je suppose qu'*on demande combien pour* 2453 *fr.* 15 *cent. on se procurera d'hectolitres de vin, à raison de* 236 *fr.* 45 *cent. l'hectolitre ?*

Il est clair que le nombre d'hectolitres cherché est égal au nombre de fois que la première de ces deux sommes contient la seconde. Pour connaître ce nombre, je n'ai donc qu'à diviser 2453 fr. 15 cent. par 236 fr. 45 cent., d'après la régle du n° 148; et le quotient 10$^{\text{hec.}}$, 37$^{\text{cent.}}$, qui exprime des hectolitres et des subdivisions d'hectolitres, sert de réponse à la question.

185. Je suppose actuellement qu'*on demande combien, avec la même somme de* 2453 *fr.* 15 *cent., on ferait faire de toises d'ouvrages, à raison de* 236 *fr.* 45 *cent. la toise ?*

Toujours par la même raison qui vient d'être exposée plus haut, je divise 2453 fr. 15 cent. par 236 fr. 45 cent. (148); mais, après avoir obtenu les unités de toise au quotient, j'ai soin de convertir successivement les restes de division en parties relatives à l'espèce de cette unité principale, comme dans l'exemple 3$^{\text{e}}$ du n° 128; et, par ce moyen, je trouve pour quotient et réponse à la question, 10$^{\text{to.}}$ 2$^{\text{pi.}}$ 2$^{\text{po.}}$

186. En dernière analyse, le système métrique ne peut donner lieu qu'aux mêmes opérations relatives aux fractions décimales; aussi, avons-nous choisi, dans nos nouveaux exemples, les mêmes nombres que ceux sur lesquels nous avons opéré d'abord (145 et 148), pour rendre plus sensible cette vérité, que la seule différence qu'il y ait entre les unes et les autres, c'est que, dans la numération décimale pure et simple, on envisage les nombres d'une manière abstraite, tandis que dans le système métrique on les regarde comme concrets.

187. La conversion des unités plus grandes en unités plus petites qui, quelquefois impossible dans l'ancien système, était toujours longue et minutieuse, ne donne plus lieu dans le nouveau, qu'à un simulacre d'opérations, puisque tout tient au déplacement de la virgule.

En effet, si je veux convertir 4568$^{\text{mèt.}}$,253 en décimètres, je n'ai qu'à avancer la virgule d'une place vers la droite, et j'ai pour produit 45682$^{\text{déc.}}$,53. Par ce déplacement de la virgule, j'ai rendu le nombre proposé 10 fois plus grand, il est vrai (139); mais aussi, au lieu du *mètre*, j'ai pris pour unité le *décimètre*, qui est 10 fois plus petit. J'ai donc opéré, entre le nombre et l'espèce des nouvelles unités, une compensation au moyen de laquelle la valeur de la quantité primitive demeure toujours la même. En un mot, cela revient à multiplier les deux termes d'une fraction par un même nombre.

S'il s'agit de convertir les 4568$^{\text{mèt.}}$,253 en centimètres, j'avance la virgule de deux places vers la droite, et j'ai 456825$^{\text{cent.}}$,3 pour produit. Par ce moyen, j'ai rendu le nombre proposé 100 fois plus grand, il est vrai (139) ; mais aussi en prenant, au lieu du *mètre*, le *centimètre* pour unité, qui est 100 fois plus petit, j'ai opéré, entre l'espèce et le nombre des nouvelles unités, une compensation au moyen de laquelle, etc., etc. (*).

Si je veux avoir des millimètres, je supprime la virgule et le nombre 4568253 est celui des millimètres que contenait la quantité proposée exprimée par 4568$^{\text{mèt.}}$,253. Il est bien clair que toutes ces nouvelles expressions ne peuvent manquer d'être de la même valeur que les anciennes, puisque la compensation, entre le nombre et l'espèce des unités qu'elles représentent, s'opère à fur et à mesure par le déplacement de la virgule.

188. Par un raisonnement semblable, mais pris en sens contraire, on prouverait également que pour transformer des millimètres en centimètres, des centimètres en décimètres, ceux-ci en mètres, et ainsi de suite en remontant l'échelle décimale, il suffit de reculer la virgule vers la gauche d'un, deux, trois, etc., rangs.

Ainsi, si dans le nombre proposé 4568$^{\text{mèt.}}$,253 je

(*) C'est mot pour mot la continuation du même raisonnement que celui qui termine le paragraphe précédent.

veux changer les mètres en kilomètres, je recule la virgule de trois rangs vers la gauche, et j'ai 4$^{\text{kil.}}$,568253 pour quotient. Par ce moyen, j'ai rendu, il est vrai, 1000 fois plus grand le nombre proposé; mais aussi en prenant, au lieu du *mètre*, le *kilomètre*, pour unité, qui est 1000 fois plus grand, j'ai opéré, entre l'espèce et le nombre des nouvelles unités, une compensation au moyen de laquelle la valeur de la quantité primitive demeure toujours la même. En un mot, cela revient à diviser les deux termes d'une fraction par un même nombre.

L'analyse de ce qui précède (187 et 188) nous fournit les deux règles générales suivantes:

189. *Pour convertir des unités d'un ordre quelconque en unités plus petites, il suffit d'avancer la virgule sur la droite de* 1, 2, 3, *etc., places, selon que ces premières unités sont* 10, 100, 1000, *etc., fois plus grandes que les secondes, en descendant l'échelle décimale.*

190. *Pour convertir des unités d'un ordre quelconque en unités plus grandes, il suffit de reculer la virgule sur la gauche de* 1, 2, 3, *etc., places, selon que ces premières unités sont* 10, 100, 1000, *etc., fois plus petites que les secondes, en remontant l'échelle décimale.*

191. L'évaluation des fractions, par rapport aux nombres accompagnés de décimales, ne diffère en rien de celle relative aux nombres entiers. Ainsi, s'il s'agit de prendre les $\frac{5}{8}$ de 4685 fr. 76 cent., c'est-à-dire de multiplier 4685 fr. 76 cent. par la fraction $\frac{5}{8}$, je n'ai d'abord aucun égard à la virgule; et multipliant 468576 par la dite fraction (87), j'ai pour produit 292860 francs, résultat 100 fois trop grand à cause de la suppression de la virgule dans le multiplicande; c'est pourquoi j'en sépare les deux derniers chiffres,

pour le réduire à sa juste valeur, qui est 2928 fr. 60 cent., et qui sert de réponse à la question.

On peut encore appliquer, à la solution de cette question et de toutes celles du même genre, le même procédé d'abréviation indiqué (89) pour les nombres entiers, et qui consiste à ramener l'opération à une multiplication par parties aliquotes, de la manière suivante :

4685 fr., 76 c.
0 $\frac{5}{8}$

2342, 88 p^{r}. $\frac{4}{8}$ la $\frac{1}{2}$ du multiplicande.
585, 72 p^{r}. $\frac{1}{8}$ le $\frac{1}{4}$ du dern. prod. ou le $\frac{1}{8}$ du mult^{de}.

2928 fr., 60 c.

De la comparaison des anciennes avec les nouvelles mesures.

192. Le mètre valant 3 pieds 11 lignes, 296, ou 443^{lig},296, et la toise 864 lignes, il en résulte que le mètre est à la toise, comme 443,296 : 864; et, en multipliant par 1000 les deux termes de ce rapport (160), comme 443296 : 864000.

1 Mètre est donc les $\frac{443296}{864000}$ de la toise, et, en réduisant cette fraction à sa plus simple expression, il en est les $\frac{13853}{27000}$; et enfin, en convertissant cette dernière fraction en décimales (152), le mètre vaut.......................... toise 0,513074

1 toise au contraire vaut les $\frac{27000}{13853}$ du mètre, ou en décimales ci.......... mèt. 1,94904

1 pied qui est la sixième partie de la toise, vaudra le $\frac{1}{6}$ de cette dernière fraction, c'est-à-dire $\frac{4500}{13853}$ du mètre, ou...... 0,32484

1 pouce qui est la 12^{e} partie du pied, vaudra le $\frac{1}{12}$ de cette dernière fraction, c'est-à-dire $\frac{375}{13853}$ du mètre, ou.......... mèt. 0,02707

1 ligne qui est la 12^{e} partie du pouce, vaudra le $\frac{1}{12}$ de cette dernière fraction, c'est-à-dire $\frac{125}{55412}$ (*) de mètre, ou........ 0,00226

Passons actuellement aux mesures de pesanteur.

Le kilogramme pesant 18827 grains, et la livre poids de marc 9216 grains, il en résulte que

1 kilogramme est les $\frac{18827}{9216}$ de la livre, ou en décimales ci.................. liv. 2,04288

1 livre au contraire ne vaut que les $\frac{9216}{18827}$ du kilogramme, ou en décimales.... kil. 0,48951

1 once comme la 16^{e} partie de la livre, vaut $\frac{576}{18827}$ kilogrammes, ou......... 0,03059

1 gros comme la 8^{e} partie de l'once, vaut $\frac{72}{18827}$ kilogrammes, ou............ 0,00382

1 grain comme la 72^{e} partie du gros $\frac{1}{18827}$ kilogrammes, ou.................. 0,00005

Ces rapports ainsi établis, il est facile de convertir les toises et parties de la toise en mètres et parties décimales du mètre, et réciproquement; les livres et parties de la livre de poids en kilogrammes et parties décimales du kilogramme, et réciproquement.

(*) Comme 12 ne divise pas exactement le numérateur 375 de la fraction relative à la valeur du pouce, j'ai pris d'abord le tiers dudit numérateur, et j'ai multiplié ensuite par 4 le dénominateur 13853. Par ce moyen, j'ai d'abord rendu cette fraction 3 fois plus petite d'une part, et puis 4 fois plus petite d'une autre. J'ai donc pris le 1/4 de 1/3, ou le 1/12 de ladite fraction (94).

L'aune de Paris vaut 3 pieds 7 pouces 10 lignes $\frac{5}{6}$, ou en mètres 1,18845.

193 *Réduire 45 toises 3 pieds 6 pouces en mètres ?*

Puisque 1 toise vaut $1^{\text{mèt.}},949$, il ne s'agit que de multiplier cette quantité par les $45^{T}\ 3^{pi}\ 6^{po}$, de la manière suivante (146 et 120):

1^{er} EXEMPLE.

$1^{\text{mèt.}},949$ (*)
$45^{T}\ 3^{pi}\ 6^{po}$.

9745
7796 .
974 pour 3 pieds.
162 pour 6 pouces.

$88^{\text{mèt.}},841$ produit et réponse à la question.

PREUVE.

Réduire $88^{\text{mèt.}},841$ en toises ?

Puisque $1^{\text{mèt.}},949$ vaut 1 toise, il ne s'agit que de diviser par ce nombre la quantité proposée, de la manière suivante (148):

(*) Tant que le nombre de toises à réduire ne passe pas dix mille, on peut se contenter, dans l'usage ordinaire, de ne conserver que trois décimales.

88841 | 1949
10881 | $45^{T}\ 3^{pi}\ 5^{po}$
1136
6

6816
969
12

11628
1883

(Mais comme le dernier reste 1883 surpasse la moitié du diviseur, il est plus exact d'ajouter une unité au dernier chiffre du quotient qui devient alors 45^{T} $3^{pi}\ 6^{po}$.)

ou bien encore puisque, $0^{\text{toise}},513$ valent 1 mètre, je puis multiplier par cette valeur les $88^{\text{mèt.}},841$, comme ci-après (145):

$88^{\text{mèt}},841$ (*)
$0^{\text{toi.}},513$

266523
88841 .
444205 . .

$45^{T},5754\cancel{33}$
6

$3^{pi},450$
12

$5^{po},400$

Voyez le n° 155 pour l'évaluation des fractions décimales de la toise.
Il suffit d'opérer sur trois décimales, comme nous l'avons fait.

On retrouve bien les $45^{T}\ 3^{pi}\ 5^{po}$. La différence de 1 pouce ici en moins vient 1° de ce que, quand on opère par décimales, on ne peut jamais avoir des résultats parfaitement justes; 2° que, comme nous ne conservons que trois décimales, l'inexactitude doit être encore un peu plus sensible. Mais, nous le répétons, dans l'usage ordinaire, le dégré d'exactitude auquel nous nous bornons ici, suffit.

(*) Tant que le nombre de mètres à réduire ne passe pas mille, on peut se borner, dans l'usage ordinaire, à trois décimales : remarquons en passant que c'est pour la commodité du calcul, que nous avons renversé l'ordre des facteurs, en prenant le multiplicateur pour multiplicande.

2^{e} EXEMPLE.

194. *Réduire* 56 *livres* 15 *onces et* 5 *gros en kilogrammes ?*

Puisque 1 livre vaut 0$^{kil.}$,4895, il ne s'agit que de multiplier cette quantité par les 56℔ 15^{onces} 5^{gros}, de la manière suivante (146 et 120):

0$^{kil.}$,489 $\frac{1}{2}$ (*)
56℔ 15^{onces} 5^{gros}.

2934
2445.
28
244 pour 8 onces.
122 — 4 —
61 — 2 —
30 — 1 —
15 — 4 gros.
4 — 1 —

27$^{kil.}$,888 produit et réponse à la question.

PREUVE.

Réduire 27$^{kil.}$,888 *en livres poids de marc ?*

Puisque 0$^{kil.}$,4895 valent une livre, il ne s'agit que

(*) Tant que le nombre des livres à réduire ne passe pas dix mille, on peut se borner, pour l'usage ordinaire, au multiplicande, 0$^{kil.}$,489$\frac{1}{2}$, où la demie tient lieu, il est vrai, du quatrième chiffre décimal 5. Mais nous indiquons cette pose pour abréger, attendu qu'il suffit de n'opérer pour la $\frac{1}{2}$ que sur les entiers du multiplicateur, et qu'on peut ensuite regarder ladite fraction comme non-avenue dans le reste de l'opération, comme nous l'avons fait.

de diviser par ce nombre la quantité proposée, de la manière suivante (148):

278880	4895
34130	56℔ 15$^{onc.}$ 4^{gros}.
4760	
16	
28560	
4760	
76160	
27210	
2735	
8	
21880	
2300	

ou bien encore 2$^{liv.}$,0428 valant 1 kilogramme, je puis multiplier par cette valeur les 27$^{kil.}$,888, comme ci-après (145).

kil.
27,888
2,043 (*)

83664
111552.
55776...

56℔,975184
16

5,850
9,75

onces
15,600
8

gros
4,800

Voyez le n° 155 pour l'évaluation des fractions décimales de la livre.
Il suffit d'opérer sur trois décimales, comme nous l'avons fait.

On retrouve des deux manières le même résultat 56℔ 15^{onces} 4^{gros}.

La différence de 1 gros en moins ici, vient des

(*) Tant que le nombre de kilogrammes à réduire ne passe pas mille, on peut se borner, dans l'usage ordinaire, à trois décimales. Mais il faut avoir soin d'ajouter une unité au troisième chiffre décimal, comme nous venons de le faire, attendu que le quatrième qui est 8, passe 5. Remarquons encore que c'est pour la commodité du calcul que nous avons renversé l'ordre des facteurs, en prenant le multiplicateur pour multiplicande.

raisons déja alléguées à la suite de la preuve du 1[er] exemple du n° 193.

En continuant, selon le procédé du n° 192, de comparer réciproquement entre elles les unités principales des anciennes et nouvelles mesures de superficie, de solidité et de capacité, on déterminerait de la même manière leurs rapports respectifs; et de-là on déduirait celui des différentes subdivisions des premières avec les parties décimales des autres. Mais, pour épargner à nos lecteurs un aussi long travail, nous joignons ici des tables où tous ces divers rapports sont réunis dans un ordre méthodique; et au moyen desquelles les conversions de toute espèce des anciennes en nouvelles mesures et réciproquement, deviennent très-faciles. Ces tables ont été calculées autrefois dans les bureaux du cadastre par M. Haros, et ont déja paru à la suite du traité élémentaire d'arithmétique de M. Lacroix.

Table *pour réduire un nombre quelconque de mesures* linéaires *anciennes en mesures nouvelles, et réciproquement.*

	Lieues terrestres en kilomètres *.	Lieues marines en kilom. **.	Toises en mètres.	Pieds en mètres.	Pouces en mètres.	Lignes en mètres.		Aunes de Paris en mètres ***.	Fractions d'aune	en mètres.	Fractions d'aune	en mètres.	Fractions d'aune	en mètres.
1	4,4444	5,5556	1,94904	0,32484	0,027070	0,002256	1	1,18845	$\frac{1}{2}$	0,594	$\frac{5}{8}$	0,743	$\frac{7}{16}$	0,520
2	8,8889	11,1111	3,89807	0,64968	0,054140	0,004512	2	2,37689	$\frac{1}{3}$	0,396	$\frac{7}{8}$	1,040	$\frac{9}{16}$	0,669
3	13,3333	16,6667	5,84711	0,97452	0,081210	0,006768	3	3,56534	$\frac{2}{3}$	0,792	$\frac{1}{12}$	0,099	$\frac{11}{16}$	0,817
4	17,7778	22,2222	7,79615	1,29936	0,108280	0,009024	4	4,75378	$\frac{1}{4}$	0,297	$\frac{5}{12}$	0,495	$\frac{13}{16}$	0,966
5	22,2222	27,7778	9,74519	1,62420	0,135350	0,011280	5	5,94223	$\frac{3}{4}$	0,891	$\frac{7}{12}$	0,693	$\frac{15}{16}$	1,114
6	26,6667	33,3333	11,69422	1,94904	0,162419	0,013536	6	7,13068	$\frac{1}{6}$	0,198	$\frac{11}{12}$	1,089		
7	31,1111	38,8889	13,64326	2,27388	0,189489	0,015792	7	8,31912	$\frac{5}{6}$	0,990	$\frac{1}{16}$	0,074		
8	35,5556	44,4444	15,59230	2,59872	0,216559	0,018048	8	9,50757	$\frac{1}{8}$	0,149	$\frac{3}{16}$	0,223		
9	40,0000	50,0000	17,54133	2,92356	0,243629	0,020304	9	10,69601	$\frac{3}{8}$	0,446	$\frac{5}{16}$	0,371		
10	44,4444	55,5556	19,49037	3,24840	0,270699	0,022560	10	11,88446						

	Kilomètres en lieues terrestres.	Kilomètres en lieues marines.	Mètres en toises.	Mètres en pieds.	Mètres en pouces.	Mètres en lignes.		Mètres en aunes de Paris.
1	0,225	0,18	0,51307	3,07844	36,9413	443,296	1	0,84144
2	0,450	0,36	1,02615	6,15689	73,8827	886,592	2	1,68287
3	0,675	0,54	1,53922	9,23533	110,8240	1329,888	3	2,52431
4	0,900	0,72	2,05230	12,31378	147,7653	1773,184	4	3,36574
5	1,125	0,90	2,56537	15,39222	184,7067	2216,480	5	4,20718
6	1,350	1,08	3,07844	18,47066	221,6480	2659,775	6	5,04861
7	1,575	1,26	3,59152	21,54911	258,5893	3103,071	7	5,89005
8	1,800	1,44	4,10459	24,62755	295,5306	3546,367	8	6,73148
9	2,025	1,62	4,61767	27,70600	332,4720	3989,663	9	7,57292
10	2,250	1,80	5,13074	30,78444	369,4133	4432,959	10	8,41435

* La lieue de 25 au degré vaut 2280 toises, 33, d'après le mètre définitif.

** La lieue marine, de 20 au degré, vaut 2850 toises, 41.

*** L'aune de Paris vaut 3 pieds 7 pouces 10 lignes 5/6.

TABLE *pour réduire un nombre quelconque de mesures* agraires *anciennes en mesures nouvelles, et réciproquement.*

Nombres.	Toises quarrées en mètres quarrés.	Pieds quarrés en mètres quarrés.	Pouces quarrés en mètres quarrés.	Lignes quarrées en mètres quarrés.	Nombres.	Lieues quarrées en myriamètres quarrés.	Lieues quarrées en myriares.	Arpents-eaux et for. en hect., ou perches quarrées en ares.	Arpents de Paris en hectares, ou perches quarrées en ares.
1	3,798744	0,105521	0,00073278	0,000005089	1	0,1975309	19,75309	0,510720	0,341887
2	7,597487	0,211041	0,00146556	0,000010178	2	0,3950617	39,50617	1,021440	0,683774
3	11,396231	0,316562	0,00219834	0,000015267	3	0,5925926	59,25926	1,532060	1,025661
4	15,194975	0,422083	0,00293112	0,000020356	4	0,7901234	79,01234	2,042880	1,367548
5	18,993718	0,527604	0,00366390	0,000025445	5	0,9876543	98,76543	2,553600	1,709435
6	22,792462	0,633124	0,00439668	0,000030534	6	1,1851852	118,51852	3,064320	2,051322
7	26,591205	0,738645	0,00512946	0,000035623	7	1,3827160	138,27160	3,575040	2,393209
8	30,389949	0,844166	0,00586224	0,000040712	8	1,5802469	158,02469	4,085760	2,735096
9	34,188693	0,949686	0,00659502	0,000045801	9	1,7777777	177,77777	4,596480	3,076983
10	37,987436	1,055207	0,00732780	0,000050890	10	1,9753086	197,53086	5,107200	3,418870

Nombres.	Mètres quarrés en toises quarrées.	Mètres quarrés en pieds quarrés.	Mètres quarrés en pouces quarrés.	Mètres quarrés en lignes quarrées.	Nombres.	Myriamètres quarrés en lieues quarrées.	Myriares en lieues quarrées.	Hectares en arpents-eaux et for., ou ares en perches quarrées.	Hectares en arpents de Paris, ou ares en perches quarrées.
1	0,263245	9,47682	1364,66	196511	1	5,0625	0,050625	1,958020	2,924943
2	0,526490	18,95363	2729,32	393023	2	10,1250	0,101250	3,916040	5,849886
3	0,789735	28,43045	4093,99	589534	3	15,1875	0,151875	5,874060	8,774829
4	1,052980	37,90726	5458,65	786045	4	20,2500	0,202500	7,832080	11,699772
5	1,316225	47,38408	6823,31	982557	5	25,3125	0,253125	9,790100	14,624715
6	1,579469	56,86090	8187,97	1179068	6	30,3750	0,303750	11,748120	17,549658
7	1,842714	66,33771	9552,63	1375579	7	35,4375	0,354375	13,706140	20,474601
8	2,105959	75,81453	10917,30	1572090	8	40,5000	0,405000	15,664160	23,399544
9	2,369204	85,29134	12281,96	1768602	9	45,5625	0,455625	17,622180	26,324487
10	2,632449	94,76816	13646,62	1965113	10	50,6250	0,506250	19,580200	29,249430

TABLE *pour réduire un nombre quelconque de mesures* cubiques *anciennes en mesures nouvelles, et réciproquement.*

Nombres.	Toises cubes en mètres cubes.	Pieds cubes en mètres cubes.	Pouces cubes en mètres cubes.	Lignes cubes en mètres cubes.	Nombres.	Cordes de bois-eaux et forêts, en stères.	Solives (charpente) en stères ou mètres cubes.
1	7,40389	0,0342773	0,000019836	0,00000001148	1	3,8391	0,10283
2	14,80778	0,0685545	0,000039673	0,00000002296	2	7,6781	0,20566
3	22,21167	0,1028318	0,000059509	0,00000003444	3	11,5172	0,30850
4	29,61556	0,1371090	0,000079346	0,00000004592	4	15,3562	0,41133
5	37,01945	0,1713863	0,000099182	0,00000005740	5	19,1953	0,51416
6	44,42334	0,2056636	0,000119018	0,00000006888	6	23,0343	0,61699
7	51,82723	0,2399408	0,000138855	0,00000008036	7	26,8734	0,71982
8	59,23112	0,2742181	0,000158691	0,00000009184	8	30,7124	0,82265
9	66,63501	0,3084953	0,000178528	0,00000010332	9	34,5515	0,92549
10	74,03890	0,3427726	0,000198364	0,00000011480	10	38,3905	1,02832

Nombres.	Mètres cubes en toises cubes.	Mètres cubes en pieds cubes.	Mètres cubes en pouces cubes.	Mètres cubes en lignes cubes.	Nombres.	Stères en cordes de bois-eaux et forêts.	Mètres cubes en solives.
1	0,135064	29,1739	50412,42	87112655	1	0,26048	9,7246
2	0,270128	58,3477	100824,83	174225310	2	0,52096	19,4492
3	0,405192	87,5216	151237,25	261337965	3	0,78144	29,1739
4	0,542057	116,6954	201649,66	348450619	4	1,04192	38,8985
5	0,675321	145,8693	252062,08	435563274	5	1,30241	48,6231
6	0,810385	175,0431	302474,50	522675929	6	1,56289	58,3477
7	0,945449	204,2170	352886,91	609788584	7	1,82337	68,0923
8	1,080513	233,3908	403299,33	696901239	8	2,08385	77,7970
9	1,215577	262,5647	453711,74	784013894	9	2,34433	87,5216
10	1,350641	291,7385	504124,16	871126549	10	2,60481	97,2462

Table *pour réduire un nombre quelconque de mesures de capacité anciennes en mesures nouvelles, et réciproquement.*

Nombres.	Pintes de Paris en litres.	Muids de vin de Paris en hectolitres.	Setiers de blé de Paris en hectolitres.	Boisseaux en litres.	Litrons en litres.
1	0,9313	2,6822	1,5610	13,008	0,8130
2	1,8626	5,3644	3,1220	26,017	1,6260
3	2,7940	8,0466	4,6830	39,025	2,4391
4	3,7253	10,7288	6,2440	52,033	3,2521
5	4,6566	13,4110	7,8050	65,042	4,0651
6	5,5879	16,0932	9,3660	78,050	4,8781
7	6,5192	18,7754	10,9270	91,058	5,6911
8	7,4506	21,4576	12,4880	104,066	6,5042
9	8,3819	24,1398	14,0490	117,075	7,3172
10	9,3132	26,8220	15,6100	130,083	8,1302
Nombres.	**Litres en pintes de Paris.**	**Hectolit. en muids de vin de Paris.**	**Hectolitres en setiers de blé de Paris.**	**Litres en boisseaux.**	**Litres en litrons.**
1	1,0737	0,3728	0,6406	0,07687	1,2300
2	2,1475	0,7457	1,2812	0,15375	2,4600
3	3,2212	1,1185	1,9219	0,23062	3,6900
4	4,2950	1,4913	2,5625	0,30750	4,9199
5	5,3687	1,8642	3,2031	0,38437	6,1499
6	6,4424	2,2370	3,8437	0,46124	7,3799
7	7,5162	2,6098	4,4843	0,53812	8,6099
8	8,5899	2,9826	5,1250	0,61499	9,8399
9	9,6637	3,3555	5,7656	0,69187	11,0699
10	10,7374	3,7283	6,4062	0,76874	12,2998

Table *pour réduire un nombre quelconque de poids anciens en poids nouveaux, et réciproquement.*

Nombres.	Livres en kilogrammes.	Onces en kilogrammes.	Gros en kilogrammes.	Grains en kilogrammes.	Quintaux en myriagramm.
1	0,48951	0,03059	0,003824	0,0000531	4,8951
2	0,97901	0,06119	0,007648	0,0001062	9,7901
3	1,46852	0,09178	0,011472	0,0001593	14,6852
4	1,95802	0,12238	0,015296	0,0002124	19,5802
5	2,44753	0,15297	0,019120	0,0002655	24,4753
6	2,93704	0,18356	0,022944	0,0003186	29,3704
7	3,42654	0,21416	0,026768	0,0003717	34,2654
8	3,91605	0,24475	0,030592	0,0004248	39,1605
9	4,40555	0,27535	0,034416	0,0004779	44,0555
10	4,89506	0,30594	0,038240	0,0005310	48,9506
Nombres.	**Kilogrammes en livres.**	**Kilogrammes en onces.**	**Kilogrammes en gros.**	**Kilogrammes en grains.**	**Myriagramm. en quintaux.**
1	2,04288	32,686	261,49	18827,15	0,20429
2	4,08575	65,372	522,98	37654,30	0,40858
3	6,12863	98,058	784,46	56481,45	0,61286
4	8,17150	130,744	1045,95	75308,60	0,81715
5	10,21438	163,430	1307,44	94135,75	1,02144
6	12,25726	196,116	1568,93	112962,90	1,22573
7	14,30013	228,802	1830,42	131790,05	1,43001
8	16,34301	261,488	2091,90	150617,20	1,63430
9	18,38588	294,174	2353,39	169444,35	1,83859
10	20,42876	326,860	2614,88	188271,50	2,04288

Table *pour réduire un nombre quelconque de livres en francs et réciproquement.*

Nombres.	Livres en francs.	Sous en centimes.	Deniers en centimes.	Nombres.	Francs en livres.	Décimes en deniers.	Centimes en deniers.
1	0,9877	4,9383	0,4115	1	1,0125	24,30	2,43
2	1,9753	9,8765	0,8230	2	2,0250	48,60	4,86
3	2,9630	14,8148	1,2346	3	3,0375	72,90	7,29
4	3,9506	19,7531	1,6461	4	4,0500	97,20	9,72
5	4,9383	24,6913	2,0576	5	5,0625	121,50	12,15
6	5,9259	29,6296	2,4691	6	6,0750	145,80	14,58
7	6,9136	34,5679	2,8807	7	7,0875	170,10	17,01
8	7,9012	39,5061	3,2922	8	8,1000	194,40	19,44
9	8,8889	44,4444	3,7037	9	9,1125	218,70	21,87
10	9,8765	49,3827	4,1152	10	10,1250	243,00	24,30

Table *pour réduire en francs un nombre quelconque d'anciennes monnaies d'or et d'argent.*

NOMBRE des pièces.	OR.		ARGENT.	
	double-louis de 48 livres.	louis de 24 livres.	écu de 6 livres.	écu de 3 livres.
1	47. 20	23. 55	5. 80	2. 75
2	94. 40	47. 10	11. 60	5. 50
3	141. 60	70. 65	17. 40	8. 25
4	188. 80	94. 20	23. 20	11. 00
5	236. 00	117. 75	29. 00	13. 75
6	283. 20	141. 30	34. 80	16. 50
7	330. 40	164. 85	40. 60	19. 25
8	377. 60	188. 40	46. 40	22. 00
9	424. 80	211. 95	52. 20	24. 75
10	472. 00	235. 50	58. 00	27. 50

195. Dans la réduction des toises en mètres de l'exemple 1er, comme dans tous les cas semblables, on peut éviter la multiplication complexe, en opérant de la manière suivante, qui indiquera en même temps l'usage des tables :

mèt. 77,960	p^{r}. 40^{r},	le prod. par 4 de mèt. 19,490 val^{r}. de 10^{r}
9,745	—	5 id.
0,974	—	3 pieds.
0,162	—	6 pouces.
Total. mèt. 88,841		

Dans la partie supérieure de la table n° 1, relative aux mesures linéaires, j'arrête d'abord ma vue sur le petit carré de la colonne des titres, où est écrit *toises en mètres*, et je passe tout de suite à la dernière ligne de la colonne verticale des chiffres, comprise dans l'espace du titre, et qui répond au nombre 10 de la petite colonne verticale à l'extrême gauche, où sont écrits les nombres entiers. Je vois qu'en m'arrêtant à trois décimales, 10 toises valent 19$^{mèt.}$,490 ; et par conséquent, en multipliant cette quantité par 4, j'ai tout de suite le produit relatif à quarante toises, qui est 77$^{mèt.}$,960 que je pose pour première somme : ou bien encore pour plus de brièveté, je cherche de la même manière la valeur de 4 toises, qui est 7$^{mèt.}$,79615, et, en avançant la virgule d'un rang sur la droite, le produit 77$^{mèt.}$,961 me donne la valeur de 40 toises.

Remontant ensuite à la tête de la même colonne des titres, je conduis mon œil de haut en bas jusqu'à la ligne horizontale qui répond au nombre 5 de la petite colonne des entiers, et je vois que 5 toises valent 9$^{mèt.}$,745 que je porte au-dessous de ma première somme.

Je passe ensuite au petit carré adjacent à droite, où est écrit *pieds en mètres ;* je conduis également mon œil de haut en bas dans la colonne verticale des chiffres, jusqu'à la ligne horizontale qui répond au nombre 3 dans la petite colonne des entiers ; et voyant que 3 pieds valent 0$^{mèt.}$,974, j'écris cette nouvelle somme au-dessous de la précédente.

Enfin, je passe à l'autre petit carré adjacent à droite, où est écrit *pouces en mètres* ; et en continuant de la même manière, je vois que 6 pouces valent 0$^{mèt.}$,162 que je porte au-dessous de la somme précédente. J'additionne ensuite ces diverses quantités, et je trouve pour somme totale le même résultat 88$^{mèt.}$,841.

196. Dans la réduction des livres en kilogrammes du 2^{e} exemple, comme dans tous les cas semblables, on peut aussi éviter la multiplication complexe, en opérant de la manière suivante :

10 livres valent	kil. 4,895		
	5		
	kil. 24,475	pour	50 livres.
	2,937	—	6 —
	0,456	—	15 onces.
	0,019	—	5 gros.
	kil. 27,887.		

Dans la partie supérieure de la table n° 5 relative aux mesures de pesanteur, j'arrête d'abord ma vue sur le petit carré de la colonne des titres, où est écrit *livres en kilogrammes ;* et, procédant comme dans le n° précédent 195, je vois qu'en m'arrêtant à trois décimales, 10 livres valent 4$^{kil.}$,895 ; et par conséquent, en multipliant cette quantité par 5, j'ai composé la valeur relative à 50 livres, qui est 24$^{kil.}$,475 que j'ai

Je considère d'abord ces 45 fr. 57 $\frac{1}{2}$ cent. comme des toises ; j les réduis en mètres, en les multipliant par 1,949 (valeur de la toise en mètres), comme nous l'avons déja fait dans l'exemple 1^er du n° 193 ; et le résultat 88,82 $\frac{1}{2}$, considéré comme des francs, est le prix cherché.

2^e EXEMPLE.

199. *Le prix de la livre poids de marc étant de 27 fr. 88 cent., quel sera le prix du kilogramme ?*

Réponse : 56 fr. 97 $\frac{1}{2}$ cent.

Je considère les 27 fr. 88 cent. comme des kilogrammes ; je les réduis en livres, en les multipliant par 2,043 (valeur du kilogramme en livres), comme dans la preuve de l'exemple 2^e du n° 194 ; et le résultat 56,97 $\frac{1}{2}$, considéré comme des francs, est le prix cherché.

Ou bien encore, j'opère, si je veux, d'après le second procédé indiqué (194) ; c'est-à-dire que je divise 27,88 par 0,4895 (valeur de la livre en kilogrammes), et le résultat 56,96 donne également en francs le prix cherché.

PREUVE.

Le prix du kilogramme étant de 56 fr. 96 cent., quel sera celui de la livre poids de marc ?

Réponse : 27 fr. 88 cent.

Je considère les 56 fr. 96 cent. comme des livres ; je les réduis en kilogrammes, en les multipliant par 0,489 $\frac{1}{2}$ (valeur de la livre en kilogrammes), comme dans l'exemple 2^e du n° 194 ; et le résultat 27,88, considéré comme des francs, est le prix cherché.

De la division de l'ancien et du nouveau thermomètre.

200. La division du nouveau thermomètre est en harmonie avec le système général des poids et mesures. La distance entre le terme de la glace et celui de l'eau bouillante qui, dans l'ancien thermomètre de Réaumur, était partagée en 80 degrés, est divisée en 100 degrés dans le thermomètre décimal.

Il résulte de-là que le rapport de l'ancien au nouveau thermomètre est de $\frac{80}{100}$ ou $\frac{8}{10}$, ou enfin de 0,8 en décimales (152) ;

Que celui du nouveau à l'ancien thermomètre est de $\frac{100}{80}$ ou $\frac{10}{8}$, ou enfin de 1,25 en décimales (152) ;

Et que par conséquent, *si l'on multiplie par 0,8 le nombre de degrés indiqués par le thermomètre décimal, on aura ceux correspondans sur le thermomètre ancien :*

De même qu'*en multipliant par 1,25 le nombre de degrés indiqués sur le thermomètre ancien, on aura ceux correspondans sur le thermomètre décimal.*

La température est indiquée dans les papiers publics, tantôt d'après l'ancien et le nouveau thermomètre tout-à-la-fois, tantôt d'après le nouveau seulement. C'est ce qui fait que beaucoup de personnes, qui n'ont pas cette distinction présente, ne s'entendent pas souvent sur le véritable état de la température, parce que les uns la rapportent au thermomètre de Réaumur, et les autres au thermomètre décimal (*).

(*) Dans les étés ordinaires, la chaleur, à Paris, est d'environ 25 degrés au thermomètre de Réaumur ; et dans les hivers ordinaires, le froid n'y est guère que de 7 degrés au-dessous de zéro.

Dans l'été de 1802, ce même thermomètre monta à 31 $\frac{1}{2}$ de-

De la règle de trois.

201. La règle de trois est une proportion géométrique dans laquelle, au moyen de trois termes connus, on cherche le quatrième qui est l'objet de la question. On en distingue de plusieurs sortes, que nous ferons connaître à fur et à mesure. On l'appelait autrefois *règle d'or*, pour mieux exprimer le prix qu'on y attachait, à raison de sa grande utilité. En effet, c'est celle dont l'application est la plus générale, et qui sert à résoudre les problêmes les plus épineux de l'arithmétique. Nous allons commençer par la règle de trois simple et directe.

1er EXEMPLE.

202. *Prendre l'intérêt de* 15000 *francs pour un an, à raison de* 5 *pour cent l'an* (*). (5 pour cent s'écrit ainsi : 5 p. $\frac{o}{o}$.).

Cet énoncé, usité dans le commerce, n'est que l'expression abrégée de cette question : *Cent francs produisant* 5 *francs d'intérêt pendant un an, combien* 15000 *francs en produiront-ils pendant le même temps ?*

Cette règle de trois est simple, en ce qu'il n'y a que quatre quantités qui en fassent partie ; et directe, en ce que, de sa nature, les deux quantités qui ont pour

---

grés à Paris ; il y avait plus de 50 ans qu'on n'y avait éprouvé d'aussi fortes chaleurs.

Dans l'hiver de 1788, le froid y fut de 16 $\frac{1}{2}$ degrés, et de 12 degrés en 1795 et 1799. La Seine prend à dix degrés de froid continu.

(*) L'année commerciale, nous le répétons, est composée de 360 jours, et par conséquent le mois est de 30 jours.

objet les capitaux croissent ou décroissent directement dans le même rapport que les deux autres qui ont pour objet les intérêts ; c'est-à-dire que si le second capital était le double, le triple, le quadruple, etc., du premier, l'intérêt de ce second capital serait aussi le double, le triple, le quadruple, etc., de l'intérêt du premier ; et que si ce second capital n'était au contraire que la moitié, le tiers, le quart, etc., du premier, l'intérêt de ce second capital ne serait non plus que la moitié, le tiers, le quart, etc., de l'intérêt du premier. Ainsi, dans la règle de trois directe, les quantités homogènes sont toujours en raison directe de leurs quantités relatives, ou, en d'autres termes, leur sont directement proportionnelles ; de sorte que *l'une de ces quantités homogènes et sa relative peuvent former alternativement les deux antécédents ou les deux conséquents de la proportion.*

Je dois donc trouver l'intérêt des 15000 francs dans le 4e terme de la proportion suivante :

$$\overset{\text{capit.}}{100\text{ fr.}} : \overset{\text{capit.}}{15000\text{ fr.}} :: \overset{\text{intérêt}}{5} : \overset{\text{intérêt}}{x} = 750\text{ fr.}$$

En multipliant les deux moyens ensemble, selon ce qui a été déja prescrit (173), et en divisant par l'extrême connu, on trouve pour résultat et réponse à la question, 750 fr.

De la règle de trois simple et inverse.

2e EXEMPLE.

203. *Un capital de* 6000 *francs a produit une certaine somme d'intérêt pendant* 42 *jours : on demande en combien de jours un autre capital de* 36000 *francs produira la même somme d'intérêt ?*

Cette règle de trois est simple, en ce qu'il n'y a que quatre quantités qui en fassent partie ; et inverse, en ce que, de sa nature, les quantités qui ont pour objet les capitaux, croissent ou décroissent dans un ordre tout opposé à celui des deux autres qui ont pour objet les jours ; c'est-à-dire que si le second capital était le double, le triple, le quadruple, etc., du premier, le nombre de jours correspondant à ce même second capital ne serait que la moitié, le tiers, le quart, etc., de celui correspondant au premier capital ; et que si ce second capital n'était au contraire que la moitié, le tiers, le quart, etc., du premier, le nombre de jours qui y serait relatif serait le double, le triple, le quadruple, etc., de celui correspondant au premier. Ainsi, dans la règle de trois inverse, les quantités homogènes, sont toujours en raison inverse de leurs quantités relatives ; ou, en d'autres termes, leur sont réciproquement proportionnelles : de sorte que *l'une de ces quantités homogènes et sa relative doivent former les extrêmes*, et *l'autre et sa relative les moyens de la proportion*.

Par conséquent, je devrai trouver le nombre de jours demandé, dans le 4^{e} terme de cette proportion,

$$36000 \text{ fr.} : 6000 \text{ fr.} :: 42 \text{ jours} : x,$$

qui, par la division de ses deux premiers termes d'abord par mille et puis par 6, se réduit à celle-ci :

$$6 \text{ fr.} : 1 \text{ fr.} :: 42 \text{ jours} : x = 7 \text{ jours}.$$

En multipliant les deux moyens ensemble, selon ce qui a été déja prescrit (173), et en divisant par l'extrême connu, on trouve pour résultat et réponse à la question, 7 jours.

3^{e} EXEMPLE.

204. *Un drap de $\frac{3}{4}$ d'aune de large revient au fabricant à 37 francs l'aune : combien lui reviendra l'aune du même drap de $\frac{3}{6}$ de large* (*) ?

Les largeurs des draps étant en raison directe des prix, je dois trouver le prix du drap de $\frac{3}{6}$ de largeur, dans le 4^{e} terme de la proportion suivante :

$$\tfrac{3}{4} : \tfrac{3}{6} :: 37 \text{ fr.} : x.$$

Mais, comme deux fractions de même numérateur sont en raison inverse de leurs dénominateurs (179), je simplifie le premier rapport de la manière suivante :

$$6 : 4 :: 37 \text{ fr.} : x = 24 \text{ fr., } 66 \text{ cent. } (173).$$

De la règle de trois composée et directe.

4^{e} EXEMPLE.

205. *Prendre l'intérêt de 10000 francs pour 450 jours, à raison de $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$ par 30 jours.* (*Par 30 jours* s'écrit ainsi : par 30/j.)

Cet énoncé, usité dans le commerce, n'est que l'expression abrégée de cette question :

Cent francs ont produit la moitié d'un franc d'intérêt pendant 30 jours : combien produiront à proportion 10000 francs pendant 450 jours ?

L'intérêt demandé dépend de deux choses, savoir : du capital désigné, et du nombre de jours relatifs. Or, les jours ne sont que des quantités accessoires à ces capitaux dans les deux différents termes de la question. Il ne s'agit donc que de simplifier ces ter-

(*) Cette règle de trois est directe et simple.

mes, en y établissant parité de circonstances; et j'y parviendrai en partant des considérations suivantes; je dirai :

1° Cent francs, demeurant à l'intérêt pendant 30 jours, ne produiront que le même intérêt que produiraient 30 fois 100 francs, ou 3000 francs pendant un jour.

2° De même, l'intérêt de 10000 francs pendant 450 jours, ou l'intérêt de 450 fois 10,000 francs, c'est-à-dire de 4,500,000 francs pendant un jour, n'est qu'une seule et même chose.

Au moyen de cette simplification des termes, qui s'opère en multipliant les quantités principales par leurs quantités accessoires, cette règle de trois composée est ramenée à une règle de trois simple et directe, semblable à celle du 1er exemple, puisque la question est changée en celle-ci : *Trois mille francs ont produit $\frac{1}{2}$ franc d'intérêt pendant un jour : combien en produiront à proportion 4,500,000 francs pendant le même temps ?* Et, comme les capitaux sont directement proportionnels aux intérêts relatifs, je dois trouver l'intérêt demandé, dans le 4e terme de cette proportion,

$$\overset{\text{cap.}}{3000\text{ fr.}} : \overset{\text{cap.}}{4{,}500{,}000\text{ fr.}} :: \overset{\text{intérêt.}}{\tfrac{1}{2}\text{ fr.}} : x,$$

qui, par la division de ses deux premiers termes d'abord par mille et puis par 3, se réduit à celle-ci :

$$1 : 1500 :: \tfrac{1}{2} : x = 750 \text{ francs } (173).$$

Ce 4e terme est 750 fr. C'est l'intérêt de 10000 fr. pour 450 jours à raison de $\frac{1}{2}$ p. % par 30/j.

De la règle de trois composée et inverse.

5e EXEMPLE.

206. *On demande quel est le nombre de jours d'intérêt qui, sur* 10,000 *francs au taux de $\frac{1}{2}$ p. % par* 30 *jours, équivaut à* 360 *jours d'intérêt sur* 15,000 *francs, au taux de $\frac{5}{12}$ p. % par* 30 *jours ?*

Si le taux d'intérêt était le même dans les deux cas, cette question ne donnerait lieu qu'à une règle de trois inverse et simple, semblable à celle du 2e exemple. Mais comme ce taux est différent, et qu'il n'est lui-même qu'une quantité accessoire relativement aux capitaux, il est bien facile de ramener la question à cette hypothèse, en raisonnant d'après la même analogie que dans l'exemple précédent.

En effet, 10000 francs demeurant à l'intérêt pendant 30 jours, à $\frac{1}{2}$ p. %, ne produiront que le même intérêt que produirait pendant le même temps la moitié de 10000 francs, c'est-à-dire 5000 francs à 1 p. %.

De même, 15000 francs à $\frac{5}{12}$ p. % par 30 jours, ou les $\frac{5}{12}$ de 15,000 francs, c'est-à-dire 6250 francs à 1 p. % par 30 jours, ne sont qu'une seule et même chose.

Dès-lors cette règle de trois composée est ramenée à une règle de trois simple et inverse, semblable à celle du second exemple, puisque la question est changée en celle ci : *Quel est le nombre de jours d'intérêt qui sur* 5000 *francs, équivaut à* 360 *jours sur* 6250 *francs ?* et, comme les capitaux sont en raison inverse des jours, c'est-à-dire qu'ils leur sont réciproquement proportionnels, je dois trouver le nombre de jours demandé, dans le 4e terme de la proportion suivante :

$$5000\ \overset{\text{cap.}}{\text{fr.}} : 6250\ \overset{\text{cap.}}{\text{fr.}} :: 360\ \text{jours} : x\,,$$

qui, par la division de ses deux premiers termes d'abord par 10 et puis par 125, devient

$$4\ \text{fr.} : 5\ \text{fr.} :: 360 : x\,,$$

et qui, par la division de ses deux antécédents par 4, (178) est réduite à son tour à celle-ci :

$$1 : 5 :: 90 : x = 450\ \text{jours}\ (173).$$

Ce 4ᵉ terme, qui est 450 jours, est le nombre qui satisfait à la question.

Les exemples 1ᵉʳ et 4ᵉ servent de preuve à celui-ci.

En effet, nous avons vu dans le premier, que l'intérêt de 15000 francs pendant 360 jours à 5 p. % l'an (ce qui fait $\frac{5}{12}$ p. % par 30/j.), était de.... 750 francs:

Et nous venons de voir dans le précédent, que l'intérêt de 10000 francs pendant 450 jours à $\frac{1}{2}$ p. % par 30/j., était aussi des mêmes.................... 750 francs.

6ᵉ EXEMPLE.

207. *Dix ouvriers, travaillant 12 heures par jour, ont mis 8 jours à faire 400 toises d'un certain ouvrage : combien 15 ouvriers devront-ils travailler d'heures par jour, pour faire 600 toises du même ouvrage en 9 jours ?*

Cette règle composée tient tout-à-la-fois de la directe et de l'inverse. Car si, d'une part, le nombre d'heures pendant lequel les ouvriers doivent travailler dans le second cas, est d'autant plus grand que l'ouvrage relatif est plus considérable ; d'une autre part, ce même nombre d'heures sera d'autant moindre que

les ouvriers sont plus nombreux, et qu'ils ont plus de jours pour faire leur ouvrage. Il y a plusieurs manières de résoudre ces sortes de questions. Voici celle à laquelle nous nous arrêterons, comme la plus facile :

Je dis d'abord : 10 hommes, travaillant 8 jours, ne font que le même ouvrage que feraient 8 fois 10 hommes, c'est-à-dire 80 hommes qui travailleraient pendant 1 jour ; et 80 hommes, travaillant 12 heures par jour, ne font encore que le même ouvrage que feraient 12 fois 80 hommes, c'est-à-dire 960 hommes travaillant pendant 1 heure ; ce qui donne 960 heures de travail en tout pour les 400 toises. Car 960 hommes travaillant pendant 1 heure, ou 1 homme travaillant pendant 960 heures, ce n'est qu'une seule et même chose. Alors, on voit que la totalité des heures de travail est en raison directe de l'ouvrage, et que par conséquent je trouverai la totalité des heures relatives aux 600 toises, dans le 4ᵉ terme de la proportion suivante,

$$400^{\text{T}} : 600^{\text{T}} :: 960\ \text{heures} : x\,,$$

qui, par la simplification du premier rapport, se réduit à

$$2^{\text{T}} : 3^{\text{T}} :: 960^{\text{heures}} : x = 1440\ \text{heures}\ (173).$$

Or, les 15 ouvriers travaillant 9 heures ne donnent que 135 heures, tandis qu'il en faudrait 1440. Pour connaître donc le nombre partiel d'heures qu'on demande, je n'ai qu'à diviser 1440 par 135, et le quotient 10 $\frac{2}{3}$ heures est précisément ce nombre même. En effet 15 hommes, travaillant pendant 9 jours 10 $\frac{2}{3}$ heures par jour, reviennent à 1440 hommes travaillant pendant 1 heure, ou à 1 homme travaillant pendant 1440 heures.

On peut juger, d'après ce qui précède, que si, au lieu d'un nouveau nombre d'heures, c'eût été un nouveau nombre d'ouvriers ou de jours qu'on eût eu à chercher, le procédé aurait été le même.

Voici quelques exemples sur lesquels on pourra s'exercer:

1° *Quel est le nombre de jours d'intérêt qui, sur* 28000 *francs, au taux de* 3/4 *p.* 0/0 *par* 30/*j.*, *équivaut à* 45 *jours sur* 24000 *francs, à* 5/8 *p.* 0/0 *par* 30 *jours?*

Cette règle composée est inverse, et semblable à celle du 5^e^ exemple. En opérant d'après le même procédé, on trouvera pour réponse, 32 1/7 jours.

2° *Il a fallu* 1500 *aunes de drap de* 5/4 *de large pour habiller* 800 *hommes: combien faudra-t-il d'aunes de* 9/8 *de large pour habiller le même nombre d'hommes?*

Les largeurs étant en raison inverse des longueurs des draps, je trouverai la solution de la question dans le quatrième terme de cette proportion:

$$\overset{\text{larg.}}{9/8} : \overset{\text{larg.}}{10/8} :: \overset{\text{aunes}}{1500} : x,$$

ou bien (160) $9 : 10 :: 1500 : x = 1666\ 2/3$ aunes. Rép^se.^

3° *Même question, en supposant qu'on ne veuille habiller que* 600 *hommes?*

Je suppose d'abord que, comme dans le dernier cas, le nombre d'hommes soit égal de part et d'autre; et, après avoir trouvé 1666 2/3 aunes de 9/8 de large pour l'habillement des 800 hommes, les quantités d'aunes étant en raison directe de leurs nombres d'hommes relatifs, je trouverai la quantité nécessaire à l'habillement des 600 hommes dans le quatrième terme de la règle de trois suivante,

$$\left.\begin{matrix} \overset{\text{hom.}}{800} : \overset{\text{hom.}}{600} \\ 4 : 3 \end{matrix}\right\} :: \overset{\text{aunes}}{1666\ 2/3} : x,$$

qui est 1250 aunes de 9/8 de large (*).

(*) Il y a différentes manières de résoudre ces questions, selon les divers rapports sous lesquels on les envisage. Ainsi, j'aurais pu partir encore de cette supposition que les largeurs des draps étaient les mêmes de part et d'autre, c'est-à-dire de 5/4; et, comme dans cette hypothèse les quantités d'aunes seraient en raison directe de leurs nombres d'hommes relatifs, le quatrième terme de cette règle de trois,

$$\left.\begin{matrix} \overset{\text{hom.}}{800} : \overset{\text{hom.}}{600} \\ 4 : 3 \end{matrix}\right\} :: \overset{\text{aunes}}{1500} : x,$$

qui est 1125, serait le nombre d'aunes de 5/4 de large nécessaire pour habiller les 600 hommes. Mais, au lieu d'aunes de 5/4 ou de 10/8, ce sont des aunes de 9/8 de large qu'on demande. Or, les quantités d'aunes étant entre elles en raison inverse de leurs largeurs respectives, il est évident que je trouverai la solution de la question, au moyen de cette proportion,

$$9/8 : 10/8 :: 1125 \text{ aunes} : x,$$

dont le quatrième terme est les mêmes 1250 aunes.

Règle de société.

208. La règle de *société* prend son nom de son objet même: elle sert à partager entre plusieurs associés, proportionnellement à leurs mises, le gain ou la perte résultant de la masse des fonds dont se compose la société. En termes de commerce, la mise totale se nomme *capital*, et le gain à partager *dividende*.

1^er^ EXEMPLE.

Trois négocians se sont associés dans leur commerce, et ont fait un fonds commun de la manière suivante:

$$\left.\begin{matrix} \textit{Le premier a mis} & 9000 \text{ fr.} & \text{» c} \\ \textit{Le second} \ — & 27000 & \text{»} \\ \textit{Le troisième} \ — & 36000 & \text{»} \end{matrix}\right\} 72000 \text{ francs.}$$

Le bénéfice total s'étant élevé à 45825 francs, on demande combien il revient à chaque associé à proportion de sa mise ?

D'après la nature de la question, il est évident que la masse des fonds est à chaque mise partielle comme le gain total est au gain relatif à cette mise, et que dès-lors je n'ai, pour trouver le gain de chaque associé, qu'à former les trois proportions suivantes,

$$72000 : 9000 :: 45825 : x$$
$$72000 : 27000 :: 45825 : x$$
$$72000 : 36000 :: 45825 : x,$$

qui, par la réduction des premiers rapports à leur plus simple expression, deviennent :

$8 : 1 :: 45825 : x = 5728^{\text{fr.}} \frac{1}{8}$ gain du 1er associé,
$8 : 3 :: 45825 : x = 17184 \ \frac{3}{8}$ *idem* du 2e,
$2 : 1 :: 45825 : x = 22912 \ \frac{4}{8}$ *idem* du 3e.

45825 fr.

Il est souvent plus court de partager le gain total en parties proportionnelles aux mises particulières, de la manière suivante ; ce qui dispense de former les trois proportions ci-dessus. Ici, par exemple, on reconnaît facilement que les parts sont entre elles comme 9, 27 et 36 ; ou, en simplifiant ces rapports, comme 1, 3 et 4, dont la somme est 8. Dès-lors, il suffit de diviser le gain total par ce dernier nombre, et de multiplier successivement le quotient par les mêmes nombres 1, 3 et 4 : on trouvera absolument le même résultat.

La somme des bénéfices partiels étant égale au bénéfice total, devient la preuve de l'exactitude de l'opération.

Enfin, on peut envisager encore la même question sous cet autre point de vue, en remarquant que chaque associé doit retirer du gain total à proportion de sa mise particulière.

Ainsi, la première mise étant les $\frac{9}{72}$ de la mise totale, le premier associé doit retirer les $\frac{9}{72}$ ou le $\frac{1}{8}$ du gain total 45825 francs, c'est-à-dire, ci... $5728^{\text{fr.}} \frac{1}{8}$

La mise du second associé étant les $\frac{27}{72}$ de la mise totale, il doit retirer les $\frac{27}{72}$ ou $\frac{3}{8}$ du gain total 45825 francs, c'est-à-dire, ci. $17184 \ \frac{3}{8}$

La mise du troisième associé étant les $\frac{36}{72}$ de la mise totale, il doit retirer la moitié du gain total 45825 francs, c'est à dire, ci. $22912 \ \frac{4}{8}$

Somme égale....... 45825 fr.

Nous répétons, à cette occasion, qu'on ne saurait trop s'attacher à décomposer et recomposer les éléments d'une question, à l'envisager sous tous les divers points de vue qu'elle peut offrir. C'est tout-à-la-fois le moyen d'ajouter au domaine de l'intelligence, et de trouver des solutions analytiques plus courtes que celles indiquées par les méthodes générales.

2e EXEMPLE.

209. *Quatre marchands ont fait un fonds commun de 15000 francs, avec les circonstances suivantes :*

Le premier a mis 2700 francs qui ont été en activité pendant 9 mois et 7 jours, soit 277 jours ;

Le second a mis 3300 francs, id. id. pendant 5 mois 11 jours, soit 161 jours ;

Le troisième a mis 4200 francs, id. id. pendant 11 mois 14 jours, soit 344 jours ;

Le quatrième a mis 4800 francs, id. id. pendant 7 mois 5 jours, soit 215 jours :

Le bénéfice ayant été de 5000 francs, on demande combien il revient à chaque associé, proportionnellement à sa mise et au temps qu'elle a été en activité ?

Je commence d'abord par réduire les mises à un même temps, en partant des considérations suivantes; je dis :

1° 2700 francs en activité pendant 277 jours, ne produiront que le même bénéfice que 277 fois 2700 francs, ou 747900 francs en activité pendant 1 jour ;

2° 3300 francs en activité pendant 161 jours, ou 161 fois 3300 francs, c'est-à-dire 531300 francs en activité pendant 1 jour, ne sont qu'une seule et même chose ;

3° 4200 francs en activité pendant 344 jours, ou 1444800 francs en activité pendant 1 jour, sont aussi la même chose ;

4° 4800 francs en activité pendant 215 jours, ou 1032000 en activité pendant 1 jour, sont encore la même chose.

Alors, la question est changée en celle-ci, parfaitement semblable à la précédente :

Quatre associés ont fait un fonds commun de 3756000 *francs ;*

Le premier a mis	747900 fr.	3756000 francs :
Le second.......	531300	
Le troisième......	1444800	
Le quatrième.....	1032000	

On demande combien il revient à chacun sur le bénéfice total de 5000 francs ?

Je forme d'abord les trois proportions suivantes,

$$3756000 : \ 747900 :: 5000 : x$$
$$3756000 : \ 531300 :: 5000 : x$$
$$3756000 : 1444800 :: 5000 : x,$$

qui, en changeant les moyens de place et en divisant les premiers rapports par 1000, deviennent (172 et 160) :

$$3756 : 5 :: \ 747900 : x$$
$$3756 : 5 :: \ 531300 : x$$
$$3756 : 5 :: 1444800 : x.$$

Comme le premier rapport est constamment le même dans ces trois proportions, il sera plutôt fait de diviser chaque troisième terme par ce rapport même (176). Je commence donc par l'évaluer : je trouve qu'il est $751 \frac{1}{5}$; et en convertissant en fraction décimale la fraction vulgaire $\frac{1}{5}$ (141), il est 751,2. Par conséquent tout se borne à diviser par 7512, en ajoutant un zéro à chaque dividende (151). Et en effectuant la division, on a pour la part du premier

associé, ci......	995 fr.	60 c.	$\frac{5280}{7512}$	5000 fr. « c.
id., du second...	707	26	$\frac{6288}{7512}$	
id., du troisième..	1923	32	$\frac{2016}{7512}$	
id., du quatrième.	1373	80	$\frac{1440}{7512}$	

Je n'ai eu besoin que de trois proportions, parce que, pour trouver la part du quatrième associé, il ne s'agit que de retrancher de 5000 francs les parts des trois autres. Ainsi, on peut toujours s'épargner une règle de trois en pareil cas.

Problême dépendant des règles de trois.

210. *Jean a oublié quel est le capital qu'il avait placé autrefois à l'intérêt : il se rappelle seulement que le dernier paiement qui lui avait été fait était de 527 francs 50 centimes, et se rapportait à huit mois d'intérêt à 6 pour cent l'an ; il voudrait en connaître le principal.*

D'abord, le temps pour les intérêts étant directement proportionnel aux sommes, je saurai ce que Jean aurait dû recevoir pour l'année entière, au moyen de cette proportion, $8:12::527$ fr. 50 c.$:x$, dont le 4e terme est 791 fr. 25 centimes. Ensuite, une nouvelle analogie de raisonnement me fournit cette autre proportion, $6:100^{\text{fr.}}::791$ fr. 25 c.$:x$, dont le 4e terme 13187 francs 50 centimes sert de réponse à la question.

En effet, après avoir déterminé, par la première proportion, l'intérêt d'un an relatif au *principal* inconnu, il est évident que cet intérêt est par rapport à son capital ce que 6, intérêt du capital 100 francs, est par rapport à ce même capital.

On peut abréger encore l'opération, en remarquant que 8 mois sont les $\frac{2}{3}$ d'un an. Ainsi, en prenant les $\frac{2}{3}$ de 6, intérêt d'un an, on arrivera tout de suite au même résultat par cette seule proportion, $4:100::527$ fr. 50 c.$:x$, dont le 4e terme est les mêmes 13187 fr. 50 c.

C'est en approfondissant non-seulement les rapports relatifs à l'ensemble d'une question, mais la manière dont les rapports de ses divers membres concourent au résultat général, qu'on parvient à simplifier les calculs. Il est vrai que cette abréviation tient, dans ce cas-ci, à l'état accidentel de la question. Mais, quand on est un peu profond dans le calcul, il est rare qu'un examen un peu attentif ne fasse pas découvrir quelque moyen de simplification dans les détails.

Règle de fausse position.

211. La règle de *fausse position* consiste à trouver un nombre inconnu, par le moyen d'un autre nombre qu'on choisit à volonté, pourvu toutefois qu'il puisse satisfaire aux conditions de la question.

La règle est simple lorsque, pour obtenir le résultat demandé, on n'a besoin de supposer qu'*un* nombre; elle est double lorsque, pour arriver à ce même résultat, il en faut choisir *deux*.

Règle simple.

212. *Jean, par son testament, lègue à trois de ses neveux, une somme de* 25000 *francs; mais à condition que le partage s'en fera de manière à ce que l'aîné ait le tiers, le cadet le quart, et le troisième les deux cinquièmes de sa fortune : on demande quelle est la fortune de Jean, et quelle doit être la part de chacun de ses neveux ?*

Quelle que soit la fortune de Jean, la question proposée revient, dans tous les cas, à celle-ci :

Trouver un nombre dont le tiers, le quart et les deux cinquièmes fassent 25000 *francs ?*

A cet effet, je choisis 60, comme le plus petit nombre qui soit exactement divisible par les dénominateurs des fractions proposées; et, ajoutant son tiers, son quart et ses deux cinquièmes, j'ai pour somme 59; puis, je raisonne ainsi :

Si 59 contient le 1/3, le 1/4 et les 2/5 de 60, de quel nombre 25000 contiendra-t-il le 1/3, le 1/4 et les 2/5? et par conséquent je dois trouver la solution de la question, dans le 4e terme de la proportion suivante :

$$59 : 60 :: 25{,}000 \text{ fr.} : x = 25{,}423^{\text{fr.}}\tfrac{43}{59} \text{ fortune de J}^{\text{n}}\text{. dont}$$

le $\frac{1}{3}$, ou la part du 1er neveu sera de 8,474 $\frac{34}{59}$
le $\frac{1}{4}$, ou la part du 2e.............. 6,355 $\frac{55}{59}$
les $\frac{2}{5}$, ou la part du 3e.............. 10,169 $\frac{29}{59}$

PREUVE....... 25,000 francs.

On vérifie ce résultat en prouvant, comme nous venons de le faire, que la totalité des parts déterminées forme la somme léguée.

Cette méthode est fondée sur ce que la totalité des fractions est à l'unité, ou, si l'on aime mieux, le numérateur de la fraction totale est à son dénominateur, comme le nombre désigné est au nombre que l'on cherche.

213. *Lorsqu'il n'est pas facile d'apercevoir le nombre multiple des dénominateurs des fractions, il faut, de règle générale, les réduire au même dénominateur, et diviser par leur somme le nombre proposé.*

Ainsi, dans cette occasion par exemple, j'aurais trouvé que les fractions 1/3, 1/4, 2/5, seraient devenues 20/60, 15/60, 24/60; j'aurais divisé 25000 par leur somme 59/60, et j'aurais eu pour résultat les mêmes 25,423 francs 43/59.

214. On peut encore envisager ces sortes de questions sous un autre point de vue, et opérer comme s'il s'agissait de partager le nombre proposé en parties proportionnelles à des nombres donnés. Ainsi, dans ce cas-ci par exemple, je suppose qu'il est question de partager 25000 francs en parties qui aient entre elles les mêmes rapports que les fractions $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$. Mais, pour n'avoir à opérer que sur des nombres entiers, je commence par réduire ces fractions au même dénominateur (ce qui n'en change pas la valeur (78)), et elles deviennent alors $\frac{20}{60}$, $\frac{15}{60}$, $\frac{24}{60}$. Je supprime ensuite le dénominateur commun, ce qui revient à les multiplier par 60, et ne change pas les rapports (77 et 70). Alors, pour avoir la part de chaque neveu, il suffit de partager 25000 francs, de la manière suivante, en parties qui aient entre elles les mêmes rapports que les nombres 20, 15, et 24; opération tout-à-fait analogue à la règle de société du n° 208.

$$59 : 25000 :: \left\{ \begin{array}{l} 20 : x = 8{,}474^{\text{fr.}}\ \frac{34}{59} \\ 15 : x = 6{,}355\ \ \frac{55}{59} \\ 24 : x = 10{,}169\ \ \frac{29}{59} \end{array} \right.$$

$$\overline{25{,}000 \text{ fr.}}$$

Actuellement, pour connaître la fortune de Jean, je n'ai qu'à diviser 25000 francs (total des parts de ses neveux) par 59, (total des nombres donnés), et ajouter aux 25000 francs le quotient 423 fr. $\frac{43}{59}$ qui en résulte; la somme 25,423 fr. $\frac{43}{59}$ est cette fortune de Jean.

Quoique cette règle de fausse position soit simple, elle renferme une double condition qui n'est pas ordinaire à ces sortes de règles. Dans tous les problèmes testamentaires par exemple, la fortune du testateur forme tout juste la totalité des legs, tandis que dans ce cas-ci elle l'excède.

C'est pour éviter ce qu'a d'absurde en apparence la manière dont d'autres arithméticiens ont présenté de pareilles questions, que nous en avons modifié l'esprit. Ainsi, dans les règles simples en général, on se trouve avoir satisfait à la question, du moment qu'on a partagé la quantité proposée (qui serait ici 25000), en parties proportionnelles à certains nombres donnés, qui seraient dans cette occasion 20, 15 et 24.

Règle de fausse position double.

1er EXEMPLE.

215. *Trois marchands se sont associés dans leur commerce; le second a mis les deux tiers de la somme du premier moins 300 francs, et le troisième le quart de la somme du premier plus 200 francs; ils ont mis en tout 25000 francs: on demande quelle est la mise de chacun en particulier?*

Plusieurs arithméticiens résolvent ces sortes de questions à l'aide de deux nombres supposés, et c'est pour cette raison qu'ils les rangent dans la classe des règles de fausse position *doubles*. Mais il est facile de les ramener à une règle de fausse position simple, et voici comment.

Je considère, 1° que si la mise du second marchand n'avait pas été diminuée de 300 francs, la somme des mises se serait trouvée augmentée d'autant, c'est-à-dire qu'elle aurait été de 25300 francs au lieu de 25000 francs; 2° que si la mise du troisième marchand n'avait pas été augmentée de 200 francs, la somme des mises se serait trouvée diminuée d'autant, c'est-à-dire qu'elle n'aurait été que de 24800 francs au lieu de 25000 francs.

Or, si la mise du troisième marchand avait été augmentée précisément d'une somme égale à celle dont la mise du second marchand a été diminuée, il est bien évident qu'au moyen de cette compensation, la question eût été semblable à la précédente.

Mais, au lieu d'y avoir compensation, il s'en faut de 100 francs que l'augmentation soit égale à la diminution; il manque donc 100 francs à la mise totale de 25000 francs, pour que cette somme soit égale à un nombre auquel on ajouterait les 2/3 et le 1/4 de ce même nombre. Voilà pourquoi j'ajoute ces 100 francs à la mise totale, et alors la question proposée se réduit à celle-ci : *Trouver un nombre qui, en lui ajoutant ses deux tiers et son quart, fasse* 25100 *francs ?*

Pour résoudre cette question, il ne reste plus qu'à choisir un nombre qui puisse satisfaire à ces conditions, et à suivre à cet effet la marche indiquée pour l'exemple précédent. Je réduis donc au même dénominateur les fractions proposées ; et à leur somme 11/12 ajoutant 12/12, pour la valeur de l'unité qui est ici le nombre supposé, j'ai en tout 23/12, par lesquels divisant 25100 francs, je trouve

fr. 13,095 $\frac{15}{23}$	. . . .	p^{r}. la mise du 1er march.		fr. 13,095 $\frac{15}{23}$
8,730 $\frac{10}{23}$	moins 300 fr.	—	2^{e} —	8,430 $\frac{10}{23}$
3,273 $\frac{21}{23}$	plus 200 fr.	—	3^{e} —	3,473 $\frac{21}{23}$

PREUVE 25,100 fr. — 300 fr. = 24,800 fr. + 200 fr. = 25,000 fr.

Après avoir modifié le résultat présenté par les conditions de la question, comme nous venons de le voir, l'opération revient à partager 25100 francs en parties proportionnelles aux nombres 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, ou aux nombres 12, 8, et 3, au moyen de la simplification indiquée (214) ; ce qui se réduit à chercher les quatrièmes termes de cette règle de trois :

$$23 : 25100 :: \begin{cases} 12 : x = 13{,}095^{\text{fr.}}\ \frac{15}{23} \\ 8 : x = 8{,}730\ \frac{10}{23} \\ 3 : x = 3{,}273\ \frac{21}{23} \end{cases}$$

Somme égale . . . 25,100$^{\text{fr.}}$

2^{e} EXEMPLE.

216. *Même question que la précédente, avec cette différence seulement qu'on suppose que le second marchand ait mis les deux tiers de la somme du premier plus* 300 *francs, et le troisième le quart de la somme du premier moins* 200 *francs.*

Je considère, 1° que si la mise du second marchand n'avait pas été augmentée de 300 francs, la somme des mises

se serait trouvée diminuée d'autant, c'est-à-dire qu'elle n'aurait été que de 24700 francs, au lieu de 25000 francs ; 2° que si la mise du troisième marchand n'avait pas été diminuée de 200 francs, la somme des mises se serait trouvée augmentée d'autant, c'est-à-dire qu'elle aurait été de 25200 francs, au lieu de 25000 francs.

Or, si la mise du troisième marchand avait été diminuée précisément d'une somme égale à celle dont la mise du second marchand a été augmentée, il est évident qu'au moyen de cette compensation, la question eût été semblable à la première du n° 212.

Mais, au lieu d'y avoir compensation, l'augmentation surpasse la diminution de 100 francs ; il y a donc 100 francs de trop dans la mise totale de 25000 francs, pour que cette somme soit égale à un nombre auquel on ajouterait les 2/3 et le 1/4 de ce même nombre. Voilà pourquoi je retranche ces 100 francs de la mise totale, et alors la question proposée se réduit à celle-ci : *Trouver un nombre qui, en lui ajoutant ses deux tiers et son quart, fasse* 24900 *francs ?* Alors, en opérant comme dans l'exemple précédent, et en divisant 24900 par 23/12, on trouvera 12991 francs 7/23 pour la mise du premier marchand, etc.

Après avoir modifié le résultat présenté par les conditions de la question, comme nous venons de le voir, l'opération revient à partager 24900 francs en parties proportionnelles aux nombres 12, 8, et 3.

3^{e} EXEMPLE.

217. *Un mur comportant* 1600 *toises d'ouvrage a été fait par quatre ouvriers, mais avec cette distinction que le second en a fait les deux tiers plus* 45 *toises de la quantité faite par le premier ; le troisième, les trois quarts plus* 25 *toises de la même quantité ; et le quatrième, les quatre cinquièmes moins* 14 *toises également de la même quantité : on demande ce que chacun en a fait ?*

Je considère, 1° que si le second ouvrier n'avait pas fait les 45 toises d'ouvrage indiquées en plus d'une part, et le troisième, les 25 toises indiquées également en plus de l'autre, en tout 70 toises, l'ouvrage entier se serait trouvé diminué d'autant; c'est-à-dire qu'il n'aurait été que de 1530 toises, au lieu de 1600 toises;

2° Que si, dans le travail du quatrième ouvrier, il ne se trouvait pas 14 toises d'ouvrage indiquées en moins, l'ouvrage entier se serait trouvé augmenté d'autant; c'est-à-dire qu'il aurait été de 1614 toises, au lieu de 1600 toises.

Mais, au lieu d'y avoir compensation entre la diminution et l'augmentation des toises d'ouvrage, l'augmentation est plus forte de 56 toises. Il y a donc 56 toises de trop dans l'ouvrage total de 1600 toises, pour que cette quantité soit égale à un nombre auquel on ajouterait les 2/3, les 3/4 et les 4/5 de ce même nombre. Voilà pourquoi je retranche 56 de 1600, et alors la question proposée se réduit à celle-ci: *Trouver un nombre qui, en lui ajoutant ses deux tiers, ses trois quarts, et ses quatre cinquièmes, fasse 1544?*

Et, en effectuant l'opération, selon ce qui a été prescrit (213), c'est-à-dire en divisant 1544 par 193/60, je trouve

	T	T
Pr. le trav. du 1er ouvrier	480................	480
Pr. celui du 2e les $\frac{2}{3}$ de cette quantité..	320 + 45...... =	365
Pr. celui du 3e les $\frac{3}{4}$ idem	360 + 25...... =	385
Pr. celui du 4e les $\frac{4}{5}$ idem	384...... — 14 =	370
dont total fait preuve....	1544 + 70 — 14 =	1600

Pour la commodité du calcul, je note les différences comme ci-après:

plus	moins
45T	0T
25	0
0	14

70 moins 14 = plus 56 toises à retrancher de 1600 toises.

56

Reste...... 1544 toises.

Après avoir modifié le résultat présenté par les conditions de la question, comme nous venons de le voir, l'opération revient à partager 1544 toises en parties proportionnelles aux nombres 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, ou aux nombres 60, 40, 45 et 48, au moyen de la simplification indiquée (214); ce qui se réduit à chercher les quatrièmes termes de cette règle de trois:

$$193 : 1544 :: \left\{ \begin{array}{l} 60 : x = 480 \text{ toises} \\ 40 : x = 320 \\ 45 : x = 360 \\ 48 : x = 384 \end{array} \right.$$

Somme égale..... 1544 toises.

4e EXEMPLE.

218. *Un mur comportant 1600 toises d'ouvrage a été fait par quatre ouvriers, mais avec cette distinction que le second en a fait les 2/3 moins 45 toises de la quantité faite par le premier; le troisième, les 3/4 moins 25 toises de la même quantité; et le quatrième, les 4/5 plus 14 toises également de la même quantité: on demande ce que chacun en a fait?*

Je considère, 1° que si, dans le travail du 2e et du 3e ouvrier, il ne se trouvait pas 45 toises d'ouvrage indiquées en moins d'une part, et 25 toises en moins de l'autre, en tout 70 toises, l'ouvrage entier se serait trouvé augmenté d'autant, c'est-à-dire qu'il aurait été de 1670 toises, au lieu de 1600 toises;

2° Que si le 4e ouvrier n'avait pas fait les 14 toises d'ouvrage indiquées en plus, l'ouvrage entier se serait trouvé diminué d'autant; c'est-à-dire qu'il n'aurait été que de 1586 toises, au lieu de 1600 toises.

Mais, au lieu d'y avoir compensation entre l'augmentation et la diminution des toises d'ouvrage, l'augmentation est moindre de 56 toises. Il manque donc 56 toises à l'ouvrage total de 1600 toises, pour que cette quantité soit égale à un nombre auquel on ajouterait les 2/3, les 3/4 et les 4/5 de ce même nombre. Voilà pourquoi j'ajoute ces 56 toises au total de l'ouvrage, et alors la question proposée se réduit à celle-ci : *Trouver un nombre qui, en lui ajoutant ses deux tiers, ses trois quarts et ses quatre cinquièmes, fasse* 1656 *toises ?*

Et, en effectuant l'opération, selon ce qui a été prescrit (213), c'est-à-dire en divisant 1656 par 193/60, on trouvera 514 158/193 pour le travail du premier ouvrier, etc.

Après avoir modifié le résultat présenté par les conditions de la question, comme nous venons de le faire, l'opération revient à partager 1656 toises en parties proportionnelles aux nombres 60, 40, 45 et 48.

219. On voit, d'après ce qui précède, que les différences en plus qui se trouvent dans les données de la question, diminuent d'autant la quantité proposée, et que les différences en moins augmentent au contraire d'autant cette même quantité. Il ne s'agit donc, dans tous les cas semblables, que de modifier le résultat des conditions par celui des différences qui s'y trouvent indiquées ; et alors il résulte de cette méthode la règle générale suivante :

Pour résoudre toutes les questions de cette nature, il faut relever et additionner les différences en plus et les différences en moins. On retranchera ensuite la plus petite somme de la plus grande : si le reste est affecté du signe moins, on l'ajoutera à la quantité proposée ; et s'il est affecté du signe plus, on le déduira au contraire de cette même quantité : alors il ne restera qu'à opérer comme pour la règle de fausse position simple.

220. Il est aisé de juger, d'après les exemples précédents, que la seule différence qu'il y ait entre les règles de fausse position *simple* et *double*, consiste en ce que, dans la première, c'est la quantité proposée même qu'il s'agit de partager en parties proportionnelles à des nombres donnés ; tandis que, dans la seconde, c'est au contraire une quantité tantôt moindre, tantôt plus grande que la quantité proposée, qu'il s'agit de partager en parties proportionnelles à ces mêmes nombres.

Nous ne multiplierons pas davantage ces sortes de questions, parce qu'elles n'ont pas d'application dans le

commerce ; et ce n'est même que pour fortifier dans le calcul en général, que nous en avons parlé. Il n'y a qu'un seul cas où les négociants fassent usage d'une règle dite aussi de fausse position, pour l'achat des laines d'Espagne ; et encore cette règle diffère-t-elle essentiellement de celles que nous venons de voir, comme on va en juger par l'exemple suivant.

EXEMPLE.

221. *Nota.* On achète les laines fines en Espagne à tant de réaux de Veillon l'arrobe. En France on les divise en trois sortes qu'on désigne par les lettres R, F et S.

Les F se vendent ordinairement 20 sous par demi-kilogramme moins que les R ; et les S, 5 sous moins que les F.

On achète en Espagne 50 *balles de laine dont* 42 *R*, 6 *F et* 2 *S, pesant ensemble* 400 *arrobes, soit* 10000$^{\text{lb}}$ *poids de Castille à* 20 *réaux de Veillon la livre, ci*.................... R$^{\text{on}}$ 200000

Frais présumés jusqu'en France 6800

Total....... R$^{\text{on}}$ 206800

Total du coût réel à 4 R$^{\text{on}}$. par franc............................ 51700 francs.

400 arrobes, à 23$^{\text{lb}}$ $\frac{1}{2}$ l'arrobe, font 9400 livres poids de marc, soit............................ 9203 demi-kil.

Pour trouver le prix auquel reviennent les R, les F et les S, il faut faire la supposition suivante :

							fr. c.
42 R	pes. ens.	7680 demi-kil.	à 6 fr.	0 c.	la livre font..		46,080.00
6 F	idem..	1102	à 5	0	—	..	5,510.00
2 S	idem..	421	à 4	75	—	..	1,999.75
50	balles pesant	9203 demi-kil.	*Coût supposé*.........				53,589.75 fr. c.
					Coût réel.........		51,700.00
					Surcharge des prix ci-dessus....		1,889.75 fr. c.

à répartir sur 9203 demi-kilogrammes, ce qui fait 20 $\frac{1}{2}$ centimes à déduire par demi-kilogramme.

COUT RÉEL.

		demi-kil. fr. c.		fr. c.
42 R	pes. ensem.	7680 à 5,79 $\frac{1}{2}$, ci	....	44,505. 60
6 F	idem...	1102 à 4,79 $\frac{1}{2}$, ci	....	5,284. 9
2 S	idem...	421 à 4,54 $\frac{1}{2}$, ci	....	1,913. 44
		demi-kil.		fr. c.
50 balles	pes. ens.	9203 coûtant réell. (som^e. égale) (*)		51,703. 13

Après avoir trouvé, 1° que le coût des 50 balles de laine montait, tous frais payés, à 206800 réaux de Veillon, et à 51700 francs, en réduisant les monnaies Espagnoles en monnaies Françaises, sur le pied de 4 réaux de Veillon par franc ;

2° Que leur poids total, réduit en poids de France, était de 9203 demi-kilogrammes ;

J'ai supposé que les R me revenaient à 6 francs le demi-kilogramme, les F à 5 francs, et les S à 4 francs 75 centimes ; et j'ai calculé, d'après cette supposition, le coût partiel de ces trois diverses sortes, qui monte en tout à 53589 francs 75 centimes, tandis que le coût réel n'est que de 51700 francs. Le coût supposé excède donc le coût réel de 1889 francs 75 centimes qui, répartis sur les 9203 demi-kilogrammes, font à très-peu près 20 $\frac{1}{2}$ centimes, que j'ai déduits des trois prix supposés plus haut.

Au moyen de cette déduction, j'ai trouvé la proportion qui existe dans le coût réel des trois diverses sortes de laine, comme la preuve en résulte d'après l'addition des trois évaluations partielles, dont la somme fait bien les mêmes 51700 francs.

(*) La différence de 3 fr. 13 c. en plus ici vient de ce que 1889 fr. 75 c, divisés par 9203, ne font pas 20 $\frac{1}{2}$ centimes juste, mais bien 20 centimes et un peu plus de $\frac{1}{2}$ centime, et que nous avons négligé cette différence.

Par ce moyen, je suis à même de déterminer une fois pour toutes les prix auxquels je devrai vendre ces trois sortes. Car, si je veux gagner 20 p. $\frac{0}{0}$ net, par exemple, sur cette partie de laines, je n'ai qu'à ajouter 20 p. $\frac{0}{0}$ à 5 francs 79 $\frac{1}{2}$, pour avoir le prix des R ; qu'à ajouter de même 20 p. $\frac{0}{0}$ à 4 francs 79 $\frac{1}{2}$, pour avoir le prix des F, et opérer de même pour les S.

On voit que cette règle de fausse position n'a de commun avec les précédentes, que la supposition d'un nombre qu'on peut choisir même au hasard ici ; car tous les nombres conduisent indifféremment à la solution de la question ; tandis que, dans les autres, le nombre supposé ne conduirait à aucun résultat, s'il ne renfermait précisément en soi les moyens de satisfaire à la question.

Ensuite, les différences données ne forment ici que des rapports arithmétiques, tandis que, dans tous les problêmes de fausse position ordinaires, il s'agit au contraire de rapports géométriques.

Voici une règle de trois plus compliquée que toutes celles que nous avons vues jusqu'à présent, et qui est destinée à exercer dans le calcul.

EXEMPLE.

222. *Cinquante hommes, travaillant* 8 *heures par jour, en ont employé* 36 *à creuser un fossé de* 85 *toises de longueur sur* 5 *de largeur et* 4 *de profondeur : on demande combien il faudrait de jours à* 65 *hommes qui travailleraient* 6 *heures par jour, pour creuser un fossé de* 45 *toises de longueur sur* 8 *de largeur et* 7 *de profondeur ?*

Voilà une question qui, au premier aperçu, paraît fort compliquée, et qui, dans le fond, n'est rien moins que difficile, pour peu qu'on cherche à en approfondir l'esprit. En effet, je remarque que les jours et les heures sont des quantités accessoires par rapport aux ouvriers, comme la largeur et la profondeur des fossés sont des quantités accessoires par rapport à ces mêmes fossés. Il ne s'agit donc que d'établir parité de circonstances dans les différents termes de la question, en y appliquant le raisonnement suivant :

1° Cinquante hommes, travaillant pendant 8 heures par jour, ne feront que le même ouvrage que feraient 8 fois 50 hommes, ou 400 hommes qui travailleraient pendant 1 heure; et 400 hommes, travaillant une heure par jour pendant 36 jours, ne feront que le même ouvrage que feraient 36 fois 400 hommes, ou 14400 hommes qui travailleraient pendant 1 heure.

2° Un fossé de 85 toises de longueur sur 5 de largeur, ou un fossé de 5 fois 85 toises, c'est-à-dire de 425 toises de longueur sur une de largeur, n'est qu'une seule et même chose (*); de même que 425 toises de longueur sur une de largeur et quatre de profondeur, n'est autre chose que 4 fois 425 toises, ou 1700 toises de longueur sur une de largeur et une de profondeur.

3° Par la même raison et de la même manière, 45 toises de longueur sur 8 de largeur et 7 de profondeur, ou 2520 toises de longueur sur une de largeur et une de profondeur, sont absolument la même chose.

4° Enfin, 65 hommes, qui travaillent 6 heures par jour, ne font que le même ouvrage que feraient 6 fois 65 hommes, ou 390 hommes pendant une heure.

Par ce moyen, cette question, qui tenait de la règle de trois directe et inverse, se trouve ramenée à une règle de trois directe, puisqu'elle est changée en celle-ci : *Quatorze mille quatre cents hommes ont creusé un fossé de* 1700 *toises de longueur, combien faudra-t-il d'hommes pour en creuser un de* 2520 *toises, en supposant les dimensions égales de part et d'autre?* Cette nouvelle question donne lieu à la règle de trois suivante,

(*) La démonstration de ce principe générique est du ressort de la géométrie. Mais, comme il est d'une très-grande utilité en arithmétique, nous prévenons que, en général, on réduit à une sorte d'unité les quantités principales, en les multipliant par leurs quantités accessoires.

$$1700^{\text{T}} : 2520^{\text{T}} :: 14400^{\text{hom.}} : x,$$

qui est le moyen intermédiaire qui va nous conduire à la solution du premier problème; car, en multipliant les deux moyens entre eux, et en divisant par l'extrême connu, je trouverai, dans son intégrité, le 4ᵉ terme qui est 21345. 15/17. Mais d'un autre côté, je connais déja en partie ce même 4ᵉ terme. Cette partie connue est 390; car la pose matérielle de la règle eût été celle-ci :

$$1700^{\text{T}} : 2520^{\text{T}} :: 14400^{\text{hom.}} : 390^{\text{hom.}} \times x^{\text{jours.}}$$

Ce facteur x n'est autre chose que le nombre de jours cherché; en divisant donc 21345. 15/17 par 390 (54), j'aurai la valeur de x, qui est 54 jours 17 heures 35 minut. 125/221.

S'il y avait eu deux choses d'inconnues au lieu d'une, comme si par exemple, on substituait au 3ᵉ membre de la question, celui-ci : *on demande combien il faudrait de jours à* 65 *hommes, et combien d'heures ils devraient travailler par jour, pour creuser un fossé, etc.?* l'opération en deviendrait un peu plus longue, et la question serait ce qu'on appelle *indéterminée.* (Nous verrons dans les règles d'alliage ce que c'est qu'une question indéterminée.) Mais, au demeurant, elle serait susceptible d'une solution semblable.

En effet, après avoir préparé de la même manière la pose de ma règle de trois primitive, voici la nouvelle pose qui résulterait de cette préparation :

$$1700^{\text{T}} : 2520^{\text{T}} :: 14400^{\text{hom.}} : 65^{\text{hom.}} \times x^{\text{jours}} \times x^{\text{heures.}}$$

Après avoir trouvé dans son intégrité le 4ᵉ terme, qui est 2134. 11/17, je choisirais un nombre d'heures arbitraire, tel que son produit par 65 (hommes) n'égalât pas ledit 4ᵉ terme 2134. 11/17; et je diviserais ce même 4ᵉ terme par le produit qui résulterait de la multiplication des 65 (hommes) par le nombre que j'aurais choisi. Le quotient serait le nombre de jours demandé.

Que si les trois choses du 4ᵉ terme avaient été inconnues, comme si l'on substituait au 3^{e} membre de la question, celui-ci : *On demande quel est le nombre d'hommes qui, travaillant pendant un certain nombre de jours et un certain nombre d'heures par jour, sera nécessaire pour creuser un fossé, etc. ?* toujours même solution : seulement la question serait à plus forte raison indéterminée. En effet, après la préparation préliminaire, j'aurais cette règle de trois :

$$1700^{\mathrm{T}} : 2520^{\mathrm{T}} :: 14400^{\text{hom.}} : x^{\text{hom.}} \times x^{\text{jours}} \times x^{\text{heures.}}$$

Après avoir trouvé dans son intégrité le 4^{e} terme, qui est 2134. 11/17, je choisirais, tant pour les hommes que pour les jours, deux nombres arbitraires, mais tels que leur produit n'égalât pas le 4^{e} trouvé. Puis, je diviserais ce même 4^{e} terme par le produit des hommes par les jours, et le quotient serait le nombre d'heures : de sorte que j'aurais trouvé par ce moyen les trois choses demandées, savoir ; les hommes, les jours et les heures.

De la règle conjointe.

223. La règle *conjointe*, comme le mot même l'annonce, consiste à former, de plusieurs rapports donnés, un rapport composé qui réunit plusieurs règles de trois en une seule. Avant d'en venir à la démonstration, nous allons en exposer la formule générique:

1° Le premier antécédent doit être de même espèce que celle à réduire ;

2° Chaque conséquent doit exprimer la valeur de son antécédent ;

3° Chaque antécédent doit être de même espèce que le conséquent dont il est précédé ;

4° Enfin, le dernier conséquent doit être de l'espèce en laquelle on veut réduire :

Alors, le produit de tous les antécédents représentera le premier terme de la règle de trois définitive ; le produit de tous les conséquents, le second terme ; et la quantité à réduire, le troisième.

I^{er} EXEMPLE.

224. *Supposé que* 3 *francs vaillent* 55 *deniers de gros d'Amsterdam ;*

Que 65 *deniers de gros d'Amsterdam vaillent* 32 *sous lubs de Hambourg ;*

Que 216 *sous lubs de Hambourg vaillent* 240 *deniers sterling d'Angleterre :*

On demande combien 120 *francs vaudront de deniers sterling ?*

Disposition des termes.

$$\left.\begin{array}{r} 3 \text{ francs} : 55^{\text{d}} \text{ de gr.} \\ 65^{\text{d}} \text{ de gr.} : 32^{\text{s}} \text{ lubs.} \\ \underline{216^{\text{s}}} \text{ lubs} : \underline{240^{\text{d}} \text{ sterl.}} \end{array}\right\} :: 120 \text{ francs} : x$$

$$42120 : 422400 :: 120 \text{ fr.} : x = 1203\tfrac{49}{117}{}^{\text{d}} \text{ ster. Rép}^{\text{se}}.$$

Démonstration.

En effet, puisque 3 francs valent 55 deniers de gros, 1 franc vaut le $\frac{1}{3}$ de 55 deniers de gros, ou $\frac{55}{3}$ de deniers de gros (94) ;

Puisque 65 deniers de gros valent 32 sous lubs, 1 denier de gros vaut le $\frac{1}{65}$ de 32 sous lubs, ou $\frac{32}{65}$ de sou lub (94) ;

Puisque 216 sous lubs valent 240 deniers sterling, 1 sou lub vaut $\frac{1}{216}$ de 240 deniers sterling, ou les $\frac{240}{216}$ de denier sterling (94) :

Un franc vaut donc les $\frac{55}{3}$ des $\frac{32}{65}$ des $\frac{240}{216}$ d'un denier sterling ; et ce rapport composé consiste dans la multiplication de 55 par 32 et 240 d'une part, et dans celle de 3 par 65 et 216 de l'autre (180), c'est-à-dire, dans le produit de tous les conséquents et de tous les antécédents; ce qui me donne $\frac{422400}{42120}$ pour le rapport composé du franc au denier sterling.

Cela posé, il est évident que pour savoir combien 120 francs valent de deniers sterling, il ne s'agit que de multiplier ce rapport par 120; c'est-à-dire, de multiplier 422400 (produit de tous les conséquents) par 120, et d'en diviser le produit 50688000 par 42120 (produit de tous les antécédents); procédé qui était l'objet de la démonstration, et qui n'est littéralement que le principe fondamental, exposé plus haut, mis en action.

225. Avant de procéder à la solution d'une conjointe, il faut avoir soin de simplifier les rapports autant que possible, en prenant des parties égales sur les antécédents et les conséquents; ce qui ne change point la valeur de ces rapports : et, pour en faire l'application à cet exemple même, si mon unique objet n'eût été d'en venir tout de suite à la démonstration, j'aurais préparé la règle de trois définitive de la manière suivante :

$$\left.\begin{array}{rrcrr} \cancel{3} & 1 & : & 11 & \cancel{55} \\ \cancel{65} & 13 & : & 4 & \cancel{32} \\ \cancel{216} & 27 & : & 80 & \cancel{240} \end{array}\right\} :: 120 \text{ francs} : x \text{ den. sterl.}$$

$$351 : 3520 :: 120 \text{ francs} : x = 1203.\ 49/117 \text{ den. sterl.}$$

J'aurais divisé par 3 le premier antécédent 3 et le dernier conséquent 240, et après les avoir barrés, j'y aurais substitué 1 et 80.

J'aurais divisé par 5 le premier conséquent 55 et le second antécédent 65, que j'aurais remplacés de même par 11 et par 13.

J'aurais encore divisé par 8 le second conséquent 32 et le dernier antécédent 216, et je leur aurais substitué 4 et 27.

Par ce moyen j'aurais eu pour rapport composé du

franc au denier sterling $\frac{3520}{351}$, expression plus simple que la précédente.

Que si quelqu'un de ces nouveaux antécédents eût eu quelque diviseur commun avec le 3^{e} terme 120, en vertu du principe déja établi (178), j'aurais divisé ces deux quantités par ce nombre même.

On voit, d'après cela, que peu importe l'ordre dans lequel on prenne ces parties égales. Et l'on peut faire subir à un terme quelconque tel nombre de réductions qu'on voudra, pourvu qu'on opère les mêmes réductions dans les termesde la colonne opposée, n'importe de quelle manière; car cela revient à les décomposer en facteurs égaux, et à supprimer ensuite les facteurs communs.

Mais il faut se rappeler que ces parties égales doivent être prises dans la colonne des antécédents et dans celle des conséquents, ou bien dans celle des antécédents et dans le 3^{e} terme de la conjointe, mais jamais dans la colonne des conséquents et ledit 3^{e} terme; attendu que celui-ci ne peut former de rapport qu'avec les antécédents (172).

La preuve de la conjointe a lieu par une autre opération semblable, dans laquelle on inverse les rapports primitifs.

2^{e} EXEMPLE,

SERVANT DE PREUVE AU PRÉCÉDENT.

226. Les données étant les mêmes que dans l'exemple précédent, on demande combien 1203 $\frac{49}{117}$ deniers sterling valent de francs?

$$\left.\begin{array}{llrcll} \text{d. sterl.} & \cancel{240}\,(c)\ \cancel{3}\,(e) & 1 & : & \cancel{216}\,(d) & 24 \text{ s. lubs.} \\ \text{s. lubs.} & \cancel{32}\,(a) & 1 & : & & 65 \text{ d. de gr.} \\ \text{d. de gr.} & \cancel{55}\,(b) & 1 & : & \cancel{3}\,(e) & 1 \text{ franc.} \\ \text{dén}^{\text{teur}}. & \cancel{117}\,(d) & 13 & : & & \end{array}\right\} \begin{array}{l} \qquad\text{den. sterl.} \\ :: \cancel{1203}.\ \cancel{49}/\cancel{117} = 140800\,(a) \\ 4400\,(b)\ 80\,(c)\ 1. \end{array}$$

$$13 : 1560 :: 1 : x = \textit{réponse } 120 \text{ francs.}$$

Je commence par réduire le 3^{e} terme 1203 $\frac{49}{117}$ tout en 117, ce qui le change en 140800 ; je porte le dénominateur 117 dans la colonne des antécédents pour rétablir le rapport, et je simplifie ensuite le plus possible les autres termes, entre lesquels j'ai interçalé des lettres italiques, afin qu'en comparant ceux qui se trouvent accompagnés de la même lettre, on pût suivre la filière de ces réductions successives.

227. Quand quelqu'un des termes se trouve accompagné de fractions, on commence par l'effacer; on le réduit ensuite en fractions, et on porte le dénominateur dans la colonne opposée, comme on le voit dans le dernier exemple, et dans l'exemple suivant :

3^{e} EXEMPLE.

Conjointe proposée.

$$\left.\begin{array}{ll} 5.3/7 & :11 \\ 17 & :19.3/5 \end{array}\right\} :: 25 : x$$

Conjointe préparée.

$$\left.\begin{array}{rrl} \cancel{5.3/7}\ 38 & :11 & \cancel{11} \\ 5 & :\ 7 & \\ \cancel{17}\qquad 17 & :98 & \cancel{19.3/5} \end{array}\right\} :: 25 : x$$

$$3230 : 7546 :: 25 : x.$$

Tel est, encore un coup, le principe générique déja prescrit (225) relativement aux conjointes mêlées de fractions, et que nous venons d'appliquer à ce dernier exemple ; mais quand on est un peu profond dans le calcul, on peut souvent éviter la longueur qu'il entraîne, en multipliant tout simplement entre eux les termes tels qu'ils sont (89). Ce dernier cas suppose cependant que les dénominateurs de ces fractions divisent exactement les nombres par lesquels on multiplie.

De la règle d'alliage.

228. Il y a deux espèces de règles d'*alliage;* l'une

et la plus simple est celle où, après avoir mêlé une certaine quantité de choses de différentes valeurs ou de différents prix, on cherche une valeur ou un prix moyen; l'autre, bien plus compliquée, est celle où l'on cherche dans quel rapport doit s'opérer ce mélange, pour obtenir un résultat d'une valeur ou d'un prix déterminé. Quant à la première espèce, un seul exemple suffira pour mettre dans le cas de résoudre toutes les questions de ce genre.

I^{er} EXEMPLE.

229. *Un marchand veut mélanger des vins de différents prix, savoir; 54 bouteilles à 32 sous, 60 bouteilles à 30 sous, 70 bouteilles à 25 sous et 80 bouteilles à 21 sous : on demande à quel prix il doit vendre les bouteilles résultant de ce mélange?*

$$\left.\begin{array}{llll} 54 & \text{bout}^{\text{les}}. & \text{à } 32^{ʃ} & = 1728^{ʃ} \\ 60 & \text{id.} & \text{à } 30 & = 1800 \\ 70 & \text{id.} & \text{à } 25 & = 1750 \\ 80 & \text{id.} & \text{à } 21 & = 1680 \end{array}\right\} \begin{array}{l|l} \overset{ʃ}{6958} & 264. \\ \hline & 26^{ʃ}\ 4^{\vartheta}\frac{3}{11}.\ \text{Rép}^{\text{se}}. \end{array}$$

$$264\ \text{bout}^{\text{les}}.\ \text{à } 26^{ʃ}\ 4^{\vartheta}\tfrac{3}{11} = 6958^{ʃ}.$$

Après avoir disposé l'opération, comme on le voit ci-dessus, et multiplié les quantités partielles de bouteilles par leurs prix respectifs, j'additionne ces divers produits, et j'en divise la somme 6958 par 264, nombre total des bouteilles. Le quotient 26ʃ 4ϑ $\frac{3}{11}$ qui en résulte, est le prix moyen cherché.

La raison de cette méthode est fondée sur ce que *la somme des bouteilles est à une bouteille de mélange, comme la somme de leurs prix est au prix moyen cherché*, c'est-à-dire que

$$264 : 1 :: 6958 : x;$$

ce qui fournit la règle générale suivante :

230. *Pour avoir la valeur ou le prix moyen de plusieurs choses de même espèce, mais de valeur ou de prix différents, il faut multiplier chaque quantité par sa valeur ou son prix respectif, additionner ces divers produits, et en diviser la somme par celle de toutes les quantités qui entrent dans le mélange.*

On vérifie le résultat en prouvant, comme l'opération même l'indique, que 264 bouteilles de vin, à $26^{s}\ 4^{d}\ \frac{3}{11}$, donnent la même valeur que la somme des valeurs particulières de 54 bouteilles à 32 sous, de 60 bouteilles à 30 sous, etc., etc.

De la règle d'alliage qui a pour objet l'élévation et la réduction des degrés pour les eaux-de-vie.

231. *Nota.* Avant d'entrer en matière, voici quelques connaissances pratiques qu'il est bon de ne pas ignorer.

Dénomination des eaux-de-vie et des esprits.

EAUX-DE-VIE.

La preuve de Hollande porte de 19 à 20 degrés.
Le 5/6 porte de............. 21½ à 22 —

ESPRITS.

Le 3/5 porte de............. 29 à 30½ deg.
Le 3/6 .... 32½ à 33½ —

Les futailles des eaux-de-vie contiennent, savoir :

EAUX-DE-VIE.

Celles de Blois........... 30 à 32 veltes.

Celles de Saintonge, Angoumois, Saint-Jean-d'Angeli, etc............... 50 velt. environ.
Celles de Montpellier...... 50 à 54 id. id.
Et les 3/5 et 3/6 esprits.... 75 à 90 id. id.

Il n'y en a pas au-dessous de 75 veltes, et peu au-dessus de 90 veltes.

Pour les marchés à livrer, on les compte à 80 veltes la pièce; tout ce qui ne se livre pas se calcule sur ce veltage.

I^{er} EXEMPLE.

232. *Un marchand a des esprits à 30 degrés, et des eaux-de-vie à 19 degrés; il voudrait, en les mêlant ensemble, obtenir une troisième qualité à 20 degrés : on demande dans quel rapport doit s'opérer ce mélange?*

$$\begin{array}{lll} 30 & & \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ velte à } 30 \text{ degrés} = 30 \text{ degrés} \\ 10 \text{ id. à } 19 \text{ id.} = 190 \end{array} \right. \\ 19 & 20 & \end{array}$$

$$11 \text{ velt. à } 20 \text{ degrés} = 220 \text{ degrés.}$$

Il doit s'opérer dans le rapport de 1 à 10 ou de 10 à 1, selon qu'on prend pour 1er terme de ce rapport la quantité relative au plus haut ou au plus bas degré; c'est-à-dire, que si à 10 veltes, ou à 10 autres mesures quelconques à 19 degrés, on mêle une velte ou une mesure quelconque à 30 degrés, il en résultera 11 veltes ou 11 mesures quelconques à 20 degrés.

Nous avons opéré par veltes, parce que c'est la mesure la plus usuelle dans le commerce des eaux-de-vie.

D'abord, pour la commodité du calcul, je dispose les qualités données sur une même colonne, comme si je voulais les additionner, et j'écris à côté le degré demandé qui est 20; puis, je retranche 20 de 30, degré supérieur, et je porte la différence 10 vis-à-vis de 19, degré inférieur; je retranche de même 19, degré inférieur, de 20, et je porte le reste 1 vis-à-vis du degré supérieur 30 : j'additionne ces différences, et leur somme m'indique que la question est résolue, en mêlant les liqueurs dans le rapport de 1 à 10 du plus haut au plus bas degré.

La raison de cette méthode est fondée sur la compensation que l'on établit, en observant que le nombre des parties au degré supérieur et le nombre de celles au degré inférieur que l'on doit prendre, soient en raison inverse de la différence de ces degrés avec le degré moyen. Le raisonnement suivant, en développant cette vérité, va la rendre plus sensible.

Quand je porte la différence du degré demandé au degré supérieur, vis-à-vis du degré inférieur; c'est-à-dire que je prends 10 veltes à 19 degrés, pour faire partie du mélange, il est évident que je perds en qualité une quantité exprimée par cette même différence, c'est-à-dire, un degré sur chaque velte ou 10 degrés en tout; mais en revanche, quand je porte la différence du degré demandé au degré inférieur, vis-à-vis du degré supérieur 30, c'est-à-dire, quand je veux mêler une velte à 30 degrés aux 10 précédentes, il est évident encore que je gagne, sur cette seule velte, les 10 degrés que je viens de perdre sur les 10 autres. Donc il y a compensation; donc 1 velte à 30 degrés plus 10 veltes à 19 degrés, ou 11 veltes à 20 degrés, ne sont qu'une seule et même chose. Effectivement, l'une et l'autre alternative donnent, pour résultat, le même nombre de degrés 220, comme l'indique la preuve que porte avec elle l'opération.

2^e EXEMPLE.

233. *Un marchand veut faire 40 pipes d'eau-de-vie à 20 degrés, en mêlant des esprits à 30 degrés avec des eaux-de-vie à 19 degrés, et en opérant le mélange pièce par pièce : comment doit-il s'y prendre en supposant ces pièces de la contenance suivante? savoir :*

		veltes	
N° 1, 10 pipes de 31 velt.	=	310	Futailles pleines d'eau-de-vie à 19 degrés.
— 2, 10....... 32....	=	320	
— 3, 10....... 50....	=	500	
— 4, 10....... 54....	=	540	

40 pip. contenant ens. 1670 veltes.

Dans toutes les questions de ce genre, il faut opérer d'abord comme si le nombre de pipes n'était pas déterminé; c'est-à-dire, commencer par chercher purement et simplement les rapports relatifs aux qualités dans lesquels doit s'opérer le mélange.

Dans cette occasion, nous sommes dispensés de cette recherche, puisque nous venons de voir dans l'exemple précédent que, pour faire 11 veltes à 20 degrés, il faut mêler une velte d'esprits à 30 degrés avec 10 veltes à 19 degrés.

Mais, puisqu'au lieu de 11 veltes à 20 degrés, les futailles n° 1, doivent contenir chacune 31 veltes au même degré, c'est une vérité bien sensible que les quantités respectives à 30 et à 19 degrés qui doivent composer ces 31 veltes, doivent avoir les mêmes rapports entre elles, qu'avaient les quantités relatives à ces mêmes degrés, qui composaient les 11 veltes. Par conséquent, pour connaître ces quantités, je n'ai qu'à raisonner ainsi :

Si, pour 11 *veltes à* 20 *degrés, il faut mêler une velte d'esprits à* 30 *degrés avec* 10 *veltes d'eau-de-vie à* 19 *degrés, pour* 31 *veltes à* 20 *degrés, quelle quantité de veltes faudra-t-il mélanger d'esprits à* 30 *degrés avec des eaux-de-vie à* 19 *degrés?* Et l'on déterminera chacun de ces deux nombres, au moyen de la règle de trois suivante :

$$11:31::\left\{\begin{array}{l} 1:x = \overset{(*)}{2\tfrac{9}{11}} \text{ velt. à 30 deg.} = 84\tfrac{6}{11} \text{ degr.} \\ 10:x = \underline{28\tfrac{2}{11}} \ldots\ldots\ 19 \ldots\ldots = \underline{535\tfrac{5}{11}} \end{array}\right.$$

$$31 \text{ veltes à 20 deg.} = 620 \text{ degrés.}$$

D'après laquelle on voit que $2\frac{9}{11}$ veltes d'esprits à 30 degrés mêlés avec 28 $\frac{2}{11}$ veltes à 19 degrés, donnent de l'eau-de-vie à 20 degrés; comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération.

Par conséquent, le marchand devra ôter $2\frac{9}{11}$ veltes de chacune des 10 pipes n° 1, qui contiennent des eaux-de-vie à 19 degrés, et les remplacer par $2\frac{9}{11}$ veltes d'esprits à 30 degrés.

Pour connaître actuellement le nombre de veltes qu'il devra extraire des pipes n° 2, 3 et 4, pour les remplacer par une égale quantité d'esprits à 30 degrés, je raisonne à l'égard de chacun de ces trois divers veltages comme je viens de faire à l'égard du veltage des pipes n° 1; et je poursuis l'opération absolument de la même manière, comme ci-après :

(*) Il suffit de former l'une des deux proportions seulement, puisqu'en retranchant son quatrième terme du second, on a le nombre de veltes de l'autre espèce qui doit faire partie du mélange.

$$11:32::\left\{\begin{array}{l} 1:x = 2\tfrac{10}{11} \text{ velt. à 30 deg.} = 87\tfrac{3}{11} \text{ deg.} \\ 10:x = \underline{29\tfrac{1}{11}} \text{ id. à 19 id.} = \underline{552\tfrac{8}{11}} \text{ id.} \end{array}\right.$$

$$32 \text{ » velt. à 20 deg.} = 640 \text{ » deg.}$$

$$11:50::\left\{\begin{array}{l} 1:x = 4\tfrac{6}{11} \text{ velt. à 30 deg.} = 136\tfrac{4}{11} \text{ deg.} \\ 10:x = \underline{45\tfrac{5}{11}} \text{ id. à 19 id.} = \underline{863\tfrac{7}{11}} \text{ id.} \end{array}\right.$$

$$50 \text{ » velt. à 20 deg.} = 1000 \text{ » degr.}$$

$$11:54::\left\{\begin{array}{l} 1:x = \overset{(*)}{4\tfrac{10}{11}} \text{ velt. à 30 deg.} = 147\tfrac{3}{11} \text{ deg.} \\ 10:x = \underline{49\tfrac{1}{11}} \text{ id. à 19 id.} = \underline{932\tfrac{8}{11}} \text{ id.} \end{array}\right.$$

$$54 \text{ » velt. à 20 deg.} = 1080 \text{ » deg.}$$

Je trouve, 1° qu'il devra ôter $2\frac{10}{11}$ veltes de chaque pipe n° 2, contenant 32 veltes d'eaux-de-vie à 19 degrés, et les remplacer par $2\frac{10}{11}$ veltes d'esprits à 30 degrés; mélange qui donne de l'eau-de-vie à 20 degrés, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération ;

2° Qu'il devra ôter $4\frac{6}{11}$ veltes de chaque pipe n° 3, contenant 50 veltes d'eau-de-vie à 19 degrés, et les remplacer par $4\frac{6}{11}$ veltes d'esprits à 30 degrés; mélange qui donne de l'eau-de-vie à 20 degrés, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération ;

(*) Même observation pour ces trois différentes opérations que celle que nous venons de faire à la note précédente. Il suffit dans chacune de former une seule proportion. Si nous avons conservé par-tout les fractions ordinaires de la velte, c'est pour avoir des résultats rigoureusement justes, car autrement nous aurions réduit ces fractions en pintes, en multipliant les restes de divisions par 8, valeur de la velte en pintes.

3° Qu'il devra ôter $4\frac{10}{11}$ veltes de chaque pipe n° 4, contenant 54 veltes d'eau-de-vie à 19 degrés, et les remplacer par $4\frac{10}{11}$ veltes d'esprits à 30 degrés; mélange qui donne de l'eau-de-vie à 20 degrés, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération.

Indépendamment de ces preuves partielles, en voici une autre qui porte sur l'ensemble de toutes les quantités.

PREUVE GÉNÉRALE.

velt.	deg.		pip.	N°
$2\frac{9}{11}$	à 30	par chacune des	10	N° 1
$2\frac{10}{11}$		....	10	2
$4\frac{6}{11}$		....	10	3
$4\frac{10}{11}$		....	10	4

velt.	deg.	pip.	velt.	degrés.
$15\frac{2}{11}$	à 30	× 10	= $151\frac{9}{11}$	à 30

velt.	deg.		pip.	N°
$28\frac{2}{11}$	à 19	par chacune des	10	N° 1
$29\frac{1}{11}$		....	10	2
$45\frac{5}{11}$		....	10	3
$49\frac{1}{11}$		....	10	4

velt.	deg.	pip.	velt.	degrés.
$151\frac{9}{11}$	à 19	× 10	= $1518\frac{2}{11}$	à 19

	$151\frac{9}{11}$ veltes	à 30	degrés	= $4554\frac{6}{11}$ degrés.
	$1518\frac{2}{11}$ id.	à 19	id-	= $28845\frac{5}{11}$
Total.....	1670 » id.	à 20	id.	= 33400 » degrés.

3^e EXEMPLE.

234. *Un marchand a des esprits à 33 degrés; il voudrait, en les mêlant avec de l'eau pure, obtenir des eaux-de-vie à 21 degrés : on demande dans quel rapport doit s'opérer ce mélange ?*

$$\begin{matrix} 33 \\ 0 \end{matrix} \quad 21 \left\{ \begin{matrix} 21 \text{ veltes à } 33 \text{ degrés} = 693 \text{ degrés} \\ 12 \text{ id. d'eau pure.. } \quad » \end{matrix} \right.$$

$$33 \text{ veltes à } 21 \text{ degrés} = 693 \text{ dégrés.}$$

Je pars d'abord de cette considération que l'eau pure ne contenant aucune partie d'esprits est à zéro degrés, par rapport aux esprits et aux eaux-de-vie. Par

conséquent, j'exprime le degré d'eau pure par o; et opérant ensuite absolument comme dans l'exemple premier, et d'après le même principe, je trouve qu'en mêlant 21 veltes d'esprits à 33 degrés avec 12 veltes d'eau pure, on obtient des eaux-de-vie à 21 degrés, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération.

Toutes les fois qu'on veut savoir quelle est la quantité d'esprits et d'eau pure qu'il faut mêler ensemble, pour obtenir un mélange d'un degré quelconque, on voit que l'opération se réduit à prendre précisément le même nombre de parties d'esprits que celui qui exprime le degré que l'on veut obtenir, et un nombre de parties d'eau égal à la différence entre le degré des esprits et le degré demandé.

4^e EXEMPLE.

235. *Un marchand veut faire 60 pipes d'eau-de-vie à 21 degrés, en mêlant des esprits à 33 degrés avec de l'eau pure, et en opérant le mélange pièce par pièce : comment devra-t-il s'y prendre ? en supposant ces pièces vides et de la contenance suivante :*

		veltes	
N° 1, 12 pipes à 30 veltes	=	360	Futailles vides destinées à recevoir les eaux-de-vie à 21 deg.
— 2, 18...... 31.....	=	558	
— 3, 16...... 52.....	=	832	
— 4, 14...... 53.....	=	742	
60 pip. contenant ens.		2492 veltes.	

Dans toutes les questions de ce genre, il faut opérer d'abord comme si le nombre de pipes n'était pas déterminé ; c'est-à-dire, commencer par chercher purement et simplement les rapports relatifs aux qualités dans lesquels doit s'opérer le mélange.

Dans cette occasion, nous sommes dispensés de cette recherche, puisque nous venons de voir, dans l'exemple précédent, que pour composer 33 veltes à 21 degrés il faut mêler 21 veltes d'esprits à 33 degrés avec 12 veltes d'eau pure.

Mais, puisqu'au lieu de 33 veltes à 21 degrés, les futailles n° 1, n'en doivent contenir chacune que 30 au même degré, c'est une vérité bien sensible que les quantités respectives d'esprits à 33 degrés et d'eau pure, qui doivent composer ces 30 veltes, doivent avoir les mêmes rapports entre elles, qu'avaient les quantités relatives à ces mêmes esprits et à l'eau pure, qui composaient les 33 veltes. Par conséquent, pour connaître ces quantités, je n'ai qu'à raisonner ainsi :

Si pour 33 *veltes à* 21 *degrés, il faut mêler* 21 *veltes d'esprits à* 33 *degrés avec* 12 *veltes d'eau pure, pour* 30 *veltes à* 21 *degrés, quelle quantité de veltes faudra-t-il mêler d'esprits à* 33 *degrés avec de l'eau pure?* Et l'on déterminera chacun de ces nombres, au moyen de la règle de trois suivante,

(*)

$$33:30 :: \begin{cases} 21 : x = 19\frac{3}{33} \text{ veltes à 33 degrés} = 630 \text{ deg.} \\ 12 : x = 10\frac{30}{33} \text{ id. d'eau pure..} \quad \text{»} \end{cases}$$

$$30 \text{ » veltes à 21 degrés} = 630 \text{ deg.}$$

d'après laquelle on voit que $19\frac{3}{33}$ veltes d'esprits à 33 degrés mêlées avec $10\frac{30}{33}$ veltes d'eau pure, donnent 30 veltes d'eau-de-vie à 21 degrés, comme cela

(*) Il suffit de former l'une des deux proportions seulement, puisqu'en retranchant son quatrième terme du second, on a le nombre de veltes de l'autre espèce qui doit faire partie du mélange.

résulte de la preuve que porte avec elle l'opération.

C'est par conséquent dans cette proportion entre les esprits et l'eau pure, que le marchand devra opérer son mélange; c'est-à-dire, qu'il devra remplir les 12 futailles vides n° 1, tirant 30 veltes chacune, en introduisant dans chacune d'elles $19\frac{3}{33}$ veltes d'esprits à 33 degrés, et 12 veltes d'eau pure.

Pour connaître actuellement les nouvelles proportions entre les esprits et l'eau pure, d'après lesquelles le marchand devra opérer les autres mélanges, je raisonne à l'égard des trois autres veltages, comme je viens de faire à l'égard du veltage des pipes n° 1; et je poursuis l'opération absolument de la même manière comme ci-après :

$$33:31 :: \begin{cases} 21 : x = 19\frac{24}{33} \text{ velt. à 33 deg.} = 651 \text{ degrés.} \\ 12 : x = 11\frac{9}{33} \text{ id. d'eau pure.} \quad \text{»} \end{cases}$$

$$31 \text{ » id. à 21 deg.} = 651 \text{ degrés.}$$

$$33:52 :: \begin{cases} 21 : x = 33\frac{3}{33} \text{ velt. à 33 deg.} = 1092 \text{ degrés.} \\ 12 : x = 18\frac{30}{33} \text{ id. d'eau pure.} \quad \text{»} \end{cases}$$

$$52 \text{ » velt. à 21 deg.} = 1092 \text{ degrés.}$$

(*)

$$33:53 :: \begin{cases} 21 : x = 33\frac{24}{33} \text{ velt. à 33 deg.} = 1113 \text{ degrés.} \\ 12 : x = 19\frac{9}{33} \text{ id. d'eau pure.} \quad \text{»} \end{cases}$$

$$53 \text{ » velt. à 21 deg.} = 1113 \text{ degrés.}$$

Je trouve, 1° qu'il devra remplir les 18 futailles

(*) Même observation pour ces trois différentes opérations que celle que nous venons de faire à la note précédente. Il suffit dans chacune de former une seule proportion.

vides n° 2, contenant 31 veltes chacune, en y introduisant 19 $\frac{24}{33}$ veltes d'esprits à 33 degrés, et 11 $\frac{9}{33}$ veltes d'eau pure; mélange qui donne de l'eau-de-vie à 21 degrés, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération.

2° Qu'il devra remplir les 16 futailles vides n° 3, contenant 52 veltes chacune, en y introduisant 33 $\frac{3}{33}$ veltes d'esprits à 33 degrés et 18 $\frac{30}{33}$ veltes d'eau pure; mélange qui donne de l'eau-de-vie à 21 degrés, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération.

3° Qu'il devra remplir les 14 futailles vides n° 4, contenant 53 veltes chacune, en y introduisant 33 $\frac{24}{33}$ veltes d'esprits à 33 degrés, et 19 $\frac{9}{33}$ veltes d'eau pure; mélange qui donne de l'eau-de-vie à 21 degrés, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération.

Indépendamment de ces preuves partielles, en voici une autre qui porte sur l'ensemble de toutes les quantités.

PREUVE GÉNÉRALE.

velt.	degrés		pip.			
19 $\frac{3}{33}$	à 33	par chacune des	12	N° 1 font....	229 $\frac{3}{33}$	veltes à 33 degr.
19 $\frac{24}{33}$	....	....	18...	2	355 $\frac{3}{33}$	
33 $\frac{3}{33}$	....	....	16...	3	529 $\frac{15}{33}$	
33 $\frac{24}{33}$	....	....	14...	4	472 $\frac{6}{33}$	
					1585 $\frac{27}{33}$ velt. à 33 deg. = 52332 degr.	

velt.		pip.		veltes	
10 $\frac{30}{33}$	d'eau pure p^r. chac. des	12	N° 1	= 130 $\frac{30}{33}$	906 $\frac{6}{33}$ d'eau pure.... »
11 $\frac{9}{33}$	....	18...	2	= 202 $\frac{30}{33}$	
18 $\frac{30}{33}$	....	16...	3	= 302 $\frac{18}{33}$	
19 $\frac{9}{33}$	....	14...	4	= 269 $\frac{27}{33}$	
					2492 » velt. à 21 deg. = 52332 degr.

Le résumé de ce qui précède fournit les règles générales suivantes.

236. *Pour savoir quelle est la quantité d'esprits qu'il faut mélanger avec de l'eau-de-vie d'une qualité quelconque, pour en élever le degré à volonté, et obtenir une quantité déterminée de liqueur* (*)*; il faut chercher d'abord les rapports purs et simples du mélange comme dans l'exemple premier; procédé qui consiste à prendre du degré supérieur un nombre de parties égal à la différence du degré demandé au degré inférieur, et du degré inférieur un nombre de parties égal à la différence du titre demandé au titre supérieur.*

Ensuite, on formera une proportion qui aura pour premier terme la somme de ces deux nombres; pour second terme, le nombre de mesures qui exprime la capacité de la futaille destinée à renfermer la liqueur; et pour 3^e *terme, le nombre des parties des esprits ou des eaux-de-vie à volonté. On retranchera ensuite le* 4^e *terme trouvé du second terme de la proportion, et le reste fera connaître l'autre quantité qui doit faire partie du mélange.* (Voyez l'application de ce principe, exemple 2^e.)

237. *Pour connaître la quantité d'eau pure et d'esprits qu'il faut mêler ensemble pour avoir des eaux-de-vie à un degré quelconque et dans une quantité déterminée, il suffit de former une proportion qui ait pour premier terme le degré des esprits; pour second terme, la quantité que l'on veut obtenir; et pour troisième, le degré demandé: Le* 4^e *fera connaître la quantité d'esprits à mélanger; et ce* 4^e *terme, retranché du se-*

(*) Cette quantité que l'on veut obtenir se rapporte, dans l'usage habituel, à la capacité de la futaille vide qu'il s'agit de remplir avec le mélange combiné. Car les futailles contenant les esprits ne sont point destinées à recevoir des eaux-de-vie, puisque leur veltage est presque du double de celui des autres futailles.

cond, indiquera la quantité d'eau pure qui devra faire partie du mélange. (Voyez l'application de ce principe, 4e exemple).

Voici trois tables destinées à convertir un nombre quelconque d'hectolitres et de litres en veltes et pintes, et réciproquement.

Ire

TABLE *pour convertir un nombre quelconque d'hectolitres en veltes et pintes.*

IIe

TABLE *pour convertir un nombre quelconque de litres en veltes et pintes.*

NOMBRE d'hectolitres.	Veltes.	Pintes.	NOMBRE de litres.	Veltes.	Pintes.
1	13	1. 124	1	»	1. 051
2	26	2. 248	2	»	2. 102
3	39	3. 372	3	»	3. 153
4	52	4. 496	4	»	4. 204
5	65	5. 620	5	»	5. 255
6	78	6. 744	6	»	6. 306
7	91	7. 868	7	»	7. 357
8	105	0. 992	8	1	». 408
9	118	2. 116	9	1	1. 459
10	131	3. 245	10	1	2. 510

IIIe

TABLE *pour convertir un nombre quelconque de veltes en hectolitres et litres.*

NOTA. La velte vaut 8 pintes, ainsi :

Pintes.		Litres.	Veltes.	Hectolitres.	Litres.
1 vaut.....		0. 95 (*)	6 valent.	»	45. 66
2..........		1. 90	7......	»	53. 27
3..........		2. 85	8......	»	60. 88
4..........		3. 80	9......	»	68. 49
5..........		4. 75	10......	»	76. 10
6..........		5. 70	11......	»	83. 71
7..........		6. 65	12......	»	91. 32
8..........		7. 61	13......	»	98. 93
Veltes.	hectol.	litres.	14......	1	06. 54
			15......	1	14. 15
1 vaut.	» ..	7. 61 (**)	16......	1	21. 76
2.....	» ..	15. 22	17......	1	29. 37
3.....	» ..	22. 83	18......	1	36. 98
4.....	» ..	30. 44	19......	1	44. 59
5.....	» ..	38. 05	20......	1	52. 20

238. *Nota.* Si l'on voulait opérer le mélange des

(*) Ce rapport n'est pas tout-à-fait conforme à celui que nous avons déja vu dans les tables précédentes, où la pinte de Paris est portée pour 0lit.,9313, au lieu de 0lit.,95. Mais il y a lieu de croire que ce dernier est le plus exact, puisque c'est celui qui sert de base aujourd'hui à toutes les transactions commerciales.

(**) Dans l'usage ordinaire, les rapports indiqués dans cette table suffisent ; mais, s'il s'agissait de la conversion d'un nombre considérable de veltes en litres, et réciproquement, il faudrait, dans le premier cas, multiplier les veltes par 7,61717355, et séparer 8 chiffres sur la droite du produit ; et dans le second cas, il faudrait multiplier les litres par 0,13128229, et séparer également 8 chiffres sur la droite du produit.

eaux-de-vie en litres au lieu de veltes, l'opération arithmétique serait toujours la même. On commencerait seulement par réduire en litres le nombre de veltes exprimant la capacité des futailles, et ensuite on substituerait la nouvelle expression à l'ancienne.

Ainsi, supposons que dans le 2[e] exemple on veuille opérer par litres. D'après la table n° 3, je convertis d'abord en litres les 31 veltes qui expriment la capacité des 10 futailles n° 1 ; et ayant trouvé qu'elles valent 235$^{\text{lit.}}$,90, je prends ce dernier nombre pour 2[e] terme de ma règle de trois de la manière suivante :

$$11 : 235{,}90 :: \begin{cases} 1 : x = \overset{\text{litres}}{21{,}45} \text{ à } 30 \text{ degr.} = 643{,}50 \text{ deg.} \\ 10 : x = 214{,}45 \text{ à } 19 \text{ id.} \ = 4074{,}55 \end{cases}$$

$$\overset{\text{litres}}{235{,}90} \text{ à } 20 \text{ degr.} = 4718{,}05 \text{ deg.}$$

Par conséquent, le marchand devra ôter 21$^{\text{lit.}}$,45 de chacune des 10 pipes n° 1, et les remplacer par 21$^{\text{lit.}}$,45 d'esprits à 30 degrés.

239. Dans les prix courants du commerce, on cote le prix des eaux-de-vie de deux manières différentes à-la-fois, savoir : à *tant* l'hectolitre et à *tant* les 27 veltes ; de manière que, dans les transactions journalières, on est obligé de comparer continuellement le prix de l'hectolitre avec celui des 27 veltes, et le prix des 27 veltes avec celui de l'hectolitre. Or, le prix de 100 francs l'hectolitre correspondant à 205 francs 45 centimes les 27 veltes ; et le prix de 100 francs les 27 veltes correspondant à 48 francs 65 centimes l'hectolitre ; rien de plus facile d'après cela de déterminer l'un par l'autre.

Les 27 veltes étant à 216 francs par exemple, si je veux connaître le prix correspondant à l'hectolitre ;

d'après la règle de trois à laquelle la question donne lieu, je multiplie 216 par 48,65, j'en divise le produit 10508,40 par 100, et le résultat 105 francs 8 centimes est bien le prix relatif à l'hectolitre.

De même, si, lorsque l'hectolitre vaut 124 francs, je veux connaître le prix correspondant aux 27 veltes ; toujours d'après une simple règle de trois, je multiplie 124 par 205,45, j'en divise le produit 25475,80 par 100, et le résultat 254 fr. 76 c. est bien le prix relatif aux 27 veltes.

240. Donc de règle générale : *lorsque le prix des eaux-de-vie est donné à* tant *les* 27 *veltes, et qu'on veut connaître le prix correspondant à l'hectolitre, tout se borne à multiplier le prix des* 27 *veltes par* 4865, *et à séparer quatre chiffres sur la droite du produit.*

Et lorsque ce prix est donné à tant *l'hectolitre, et qu'on veut connaître le prix correspondant aux* 27 *veltes, il suffit de multiplier le prix de l'hectolitre par* 20545, *et de séparer quatre chiffres sur la droite du produit.*

Notions préliminaires sur l'application des règles d'alliage aux monnaies et aux matières d'or et d'argent.

241. L'expérience ayant fait reconnaître l'avantage d'employer du cuivre dans la fabrication des monnaies d'or et d'argent, qui, dans l'origine, étaient de métal pur, il en résulte que toutes ces monnaies contiennent plus ou moins d'alliage, et que par conséquent leur poids se compose de deux éléments différents : le premier est la matière pure (*) qui

(*) *Métal pur*, *matière pure*, *parties* ou *portions de fin*, ou tout sert à déterminer le *titre*, et le second, la portion de métal qui en forme l'alliage.

242. Le titre n'est donc autre chose que le degré de pureté d'une masse quelconque d'or ou d'argent. Par conséquent plus le titre est haut, plus le degré de pureté est grand; et plus le titre est bas, plus il y a d'alliage, et moins le degré de pureté est grand.

243. Le titre de l'or, c'est-à-dire l'or pur, se divisait autrefois en 24 karats, et le karat en $\frac{32}{32}$; et le titre de l'argent, c'est-à-dire l'argent pur, se divisait en 12 deniers, et le denier en $\frac{24}{24}$. Les 32$^{\text{èmes}}$ pour l'or, et les 24$^{\text{èmes}}$ pour l'argent s'appelaient *grains de fin* pour les distinguer des *grains de poids* (*).

Aujourd'hui le titre de l'or et de l'argent pur est soumis à la même échelle de numération décimale, c'est-à-dire qu'il se divise en 10 parties ou $\frac{1000}{1000}$.

244. L'or monnayé étant autrefois en France au titre de 22 karats, et l'argent monnayé à celui de 11 deniers, il en résultait que ces monnaies contenaient un 12$^{\text{e}}$ d'alliage de leur poids.

L'or et l'argent monnayé étant aujourd'hui au titre de $\frac{9}{10}$ ou $\frac{900}{1000}$ de fin, sur $\frac{1}{10}$ ou $\frac{100}{1000}$ d'alliage, il en résulte que les nouvelles monnaies ne contiennent plus qu'un 10$^{\text{e}}$ d'alliage de leur poids.

Mais l'impossibilité physique d'obtenir un titre et un poids d'une exactitude parfaite, a engagé tous les gouvernements à autoriser un certain affaiblisse-

---

simplement le *fin*, sont des expressions différentes qui ont toutes le même sens; tout comme les *parties* ou *portions de l'alliage*, ou *le cuivre* ne signifient non plus que la même chose.

(*) C'est de la même manière que la plupart des nations de l'Europe divisent encore aujourd'hui le titre de l'or et de l'argent. Mais les subdivisions du karat et du denier sont différentes chez quelques-unes d'entre elles.

ment dans l'un et dans l'autre, qu'on appelait autrefois *remèdes*.

Cette tolérance varie suivant les divers pays. En France, elle a été fixée de la manière suivante, par la loi du 5 germinal an XI (28 mars 1803).

OR.

Sur le titre, 4 millièmes, dont 2 en dedans et 2 en dehors.

Sur le poids, 4 grammes par kil., dont 2 en dedans et 2 en dehors.

ARGENT.

Sur le titre, 6 millièmes, dont 3 en dedans et 3 en dehors.

Sur le poids, 6 grammes par kilog., dont 3 en dedans et 3 en dehors.

Il résulte de cette tolérance qu'une pièce d'or de 20 francs, qui, à la taille de 155 par kilog., devrait peser 6$^{\text{gram.}}$,451, et contenir $\frac{900}{1000}$ d'or fin, est réputée pourtant de bonne fabrication au titre de 898 millièmes, et quoique ne pesant que 6$^{\text{gram.}}$,439;

Et qu'une pièce d'argent de 5 francs, qui, à la taille de 40 par kilog., devrait peser 25 grammes et contenir $\frac{900}{1000}$ d'argent fin, est aussi admissible au titre de 897 millièmes seulement, et quoique ne pesant que 24$^{\text{gram.}}$,925.

245. Le titre de l'or et de l'argent indique tout-à-la-fois le degré de fin et celui de l'alliage.

Car quand je dis, par exemple, qu'un kilogramme d'or ou d'argent est au titre de 800 millièmes, cela veut dire qu'il contient 800 parties de fin contre 200 d'alliage; puisque l'échelle du titre étant de 1000, je n'ai qu'à retrancher les parties de fin de ce dernier nombre, pour avoir les parties d'alliage. Un kilogramme, à 800 millièmes de fin, contient par conséquent les $\frac{8}{10}$ de son poids en matière pure, et les $\frac{2}{10}$ seulement en alliage.

Une once d'or, au titre de 18 karats de fin, contient 18 parties de fin contre 6 d'alliage, puisque l'échelle de l'ancien titre étant de 24, je n'ai qu'à retrancher les parties de fin de ce dernier nombre, pour avoir les parties d'alliage. Par conséquent une once d'or ou un poids quelconque d'or, au titre de 18 karats, contient les $\frac{18}{24}$ ou les $\frac{3}{4}$ de son poids en matière pure, et les $\frac{6}{24}$ ou le $\frac{1}{4}$ restant en cuivre.

De même un marc d'argent, au titre de 8 deniers, contient 8 parties de fin contre 4 d'alliage, puisque l'échelle de l'ancien titre étant de 12 deniers, je n'ai qu'à retrancher les parties de fin de ce dernier nombre pour avoir les parties d'alliage. Par conséquent un marc d'argent ou un poids quelconque d'argent, au titre de 8 deniers, contient les $\frac{8}{12}$ ou les $\frac{2}{3}$ de son poids en matière pure, et les $\frac{4}{12}$ ou le $\frac{1}{3}$ restant en cuivre.

246. Dans l'ancien système, les deux échelles du titre n'ayant aucun rapport direct avec les divisions ordinaires des poids, il en résultait que, pour connaître la portion de matière pure ou de cuivre que contenait une certaine quantité d'or ou d'argent à un titre déterminé, il fallait employer des calculs différents, selon les diverses espèces de poids proposés.

Ainsi, pour connaître le poids, en matière pure, d'une once, d'un marc ou d'un poids quelconque d'or, au titre de 18 karats de fin, par exemple, il fallait prendre les $\frac{3}{4}$ d'une once, d'un marc, ou enfin du poids dont il s'agissait.

De même, pour connaître le poids, en matière pure, d'une livre, d'un marc ou d'un poids quelconque d'argent, au titre de 8 deniers de fin, par

exemple, il fallait prendre les $\frac{2}{3}$ d'une livre, d'un marc, ou enfin du poids dont il s'agissait.

247. L'application du système décimal aux monnaies a fait disparaître pour toujours tout cet échafaudage d'opérations, et permet de déterminer le rapport entre le titre et le poids sans le moindre calcul, puisque le millième de fin correspond toujours au millième de poids.

Ainsi 1 kilogr. d'or ou d'argent, à 915 millièmes de fin, correspond à 915 grammes; c'est-à-dire qu'il contient 915 grammes de fin ou de métal pur; 1 hectogramme, à 915 millièmes de fin, correspond à 915 décigrammes, qui font 91 $\frac{1}{2}$ grammes. Enfin, 1 gramme d'or, à 915 millièmes de fin, correspond à 915 milligrammes, et contient par conséquent 915 milligrammes ou 91 $\frac{1}{2}$ centigr. de métal pur. On voit qu'il n'y a absolument que le nom des unités à changer.

248. Il résulte de cette concordance parfaite entre le poids et le titre que, pour savoir combien un lingot quelconque d'or ou d'argent, à n'importe quel titre, contient de matière pure, il suffit de multiplier le poids de ce lingot par son titre.

Si je veux savoir, par exemple, combien un lingot de 12 kilogr. d'or ou d'argent, à 700 millièmes de fin, contient de métal pur, je multiplie 12 par 700 millièmes, et le produit $8^{\text{kil.}},400$ m'indique que le poids de ce lingot se réduit à $8^{\text{kil.}},400$ en matière pure; et que par conséquent il contient $3^{\text{kil.}}.600$ de cuivre; puisque, comme nous venons de le voir (245), il ne s'agit que de retrancher les parties de fin du poids total (qui est ici 12 kilogr.), pour avoir les parties d'alliage.

Si j'avais voulu commencer par connaître le cuivre que contient ce lingot, comme le titre de 700 millièmes indique 300 millièmes d'alliage, j'aurais multiplié les 12 kilogr. par 300 millièmes, et j'aurais trouvé pour produit le même résultat 3$^{\text{kil.}}$,600 cuivre; d'où j'aurais conclu que ce lingot contenait 8$^{\text{kil.}}$,400 de fin, puisque pour avoir les parties de fin, il ne s'agit que de retrancher les parties d'alliage du poids total qui est 12 kilogr. (245).

De la règle d'alliage qui a pour objet de déterminer le titre moyen de l'or et de l'argent résultant d'une fonte.

EXEMPLE.

249. *On veut fondre ensemble 12 kilogrammes d'or ou d'argent à 810 millièmes, 5 kilogrammes à 805 millièmes, 2$^{\text{kil.}}$220 à 600 millièmes, 7 hectogr. à 750 millièmes, et 80 grammes à 700 millièmes; on demande quel sera le titre moyen résultant du mélange.*

OPÉRATION.

kil.		millié.		kil. fin
12,000	à	810	contienⁿᵗ.	9,720
5,000	à	805	....	4,025
2,220	à	600	....	1,332
0,700	à	750	....	0,525
0,080	à	700	....	0,560
20,000	à	808	contienⁿᵗ.	16,162 fin.

$$\frac{16,162^{\text{kil.}}}{20,000} = 808^{\text{millié.}} \text{ Rép}^{\text{se}}.$$

Après avoir complété les décimales, j'ai opéré d'après le principe générique déja établi (230).

La raison de cette méthode est fondée sur ce que la somme des kilogrammes proposés est à un kilo-

gramme de mélange, comme la somme de leurs titres est au titre moyen cherché; c'est-à-dire que

$$20 \text{ kil.} : 1 \text{ kil.} :: 16^{\text{kil.}} 162 : x.$$

Ce qui fournit la règle générale suivante:

250. *Pour connaître le titre moyen résultant de la fonte de plusieurs lingots d'or ou d'argent de poids et de titres différents, il faut multiplier le poids de chaque lingot par son titre, et diviser la somme des produits par la somme des poids.*

De la règle d'alliage relative à l'élévation et à la réduction des titres.

251. Le moyen le plus court et le plus simple de résoudre tous les problèmes déterminés, relatifs à l'élévation et à la réduction des titres de l'or et de l'argent, repose sur ce principe invariable, savoir:

252. *Dans toutes les règles d'alliage des métaux, la quantité donnée et la quantité à ajouter, sont entre elles en raison inverse de la différence de leurs titres respectifs avec le titre que l'on veut obtenir;* ou, en d'autres termes, la différence du titre demandé avec celui de la matière servant à l'alliage, est à la différence de ce même titre demandé avec le titre actuel, comme la quantité donnée est à la quantité à ajouter.

1$^{\text{er}}$ EXEMPLE.

253. *Combien faut-il ajouter de matière pure à 12 kilogrammes d'or ou d'argent à 700 millièmes de fin, pour en élever le titre à 880 millièmes?*

OPÉRATION.

La différ^e^. de 880, titre demandé avec 1000, titre de la matière pure servant à l'alliage = 120 I^re^ différ^e^.

Celle de.... 880, titre demandé avec 700, titre actuel........... = 180 II^e^ id.

donc (252) $120 : 180 :: 12^{kil.} : x = 18^{kil.}$ matière pure à ajouter. Rép^se^.

PREUVE.

$12^{kil.}$ à........	700 millièmes	=	$8^{kil.}$,400 fin
18 purs ou à.	1000 id.	=	18, »
$30^{kil.}$ à........	880 millièmes	=	$26^{kil.}$,400 fin.

Pour être à même de faire l'application à cet exemple du principe générique qui vient d'être établi (252), je cherche d'abord la différence du titre demandé 880 millièmes avec 1000 millièmes, titre de la matière servant à l'alliage, différence qui est exprimée par 120 millièmes d'une part; je cherche ensuite la différence de ce même titre demandé avec 700 millièmes titre actuel, différence qui est exprimée par 180 millièmes d'une autre part.

Puis, conformément au même principe (252), je forme une règle de trois inverse qui a pour premier terme la première différence; pour second terme, la seconde différence; pour troisième terme, la quantité proposée; et dont le quatrième terme m'indique que 18 est bien le nombre de kilogrammes de matière pure qu'il faut ajouter aux 12 kilogrammes proposés, pour en élever le titre à 880 millièmes, comme on peut s'en convaincre par la preuve qui accompagne l'opération.

254. *Je suppose actuellement qu'au lieu d'élever les 12 kilogrammes proposés du titre de 700 millièmes à celui de 880 millièmes, en ajoutant de la matière pure, on veuille obtenir le même résultat, en ajoutant de la matière à un titre supérieur quelconque, à 980 millièmes par exemple; combien, en pareil cas, faudra-t-il ajouter de kilogrammes à ce dernier titre?*

OPÉRATION.

La différ^e^. de 880, titre demandé avec 980, titre de la matière servant à l'alliage = 100. I^re^ différ^e^.

Celle de 880, titre demandé avec 700, titre actuel................ = 180. II^e^ id.

donc (252) $100 : 180 :: 12^{kil.} : x = 21^{kil.},600$ à 980 ^millièmes^ à ajouter. Réponse.

PREUVE.

$12^{kil.}$.. à 700 millièmes	=	8,400 fin (kil.)
21,600 à 980 id.	=	21,168
33,600 (kil.) à 880 millièmes	=	29,568 (kil.).

En opérant absolument comme dans l'exemple précédent, je trouve que, pour élever les 12 kilogrammes proposés au titre de 880 millièmes, il faut leur allier $21^{kil.}600$ à 980 millièmes de fin.

255. Lorsqu'il s'agit d'élever des matières d'or ou d'argent d'un titre quelconque à celui des monnaies nationales, en leur ajoutant de la matière pure; il résulte que le premier terme de la règle de trois fondamentale, dérivant du principe établi (252), étant invariablement 100, tout se borne à multiplier la quantité proposée par la différence de son titre avec 900, et à séparer deux chiffres sur la droite du produit.

2^e EXEMPLE.

256. *Combien faut-il ajouter de cuivre à 20 kilogrammes d'or ou d'argent à 850 millièmes de fin, pour en réduire le titre à 800 millièmes ?*

OPÉRATION.

La différ^e. de 800, titre demandé avec o, titre du cuivre servant à l'alliage.........= 800. I^re différ^e.
Celle de 800, titre demandé avec
850, titre actuel..............= 50. II^e id.

donc (252) 800 : 50 :: 20 kil. : x = 1 kil.,250 cuivre à ajouter. RÉPONSE.

PREUVE.

20^kil.,... à 850 millièmes = 17^kil., » fin
1, 250 cuivre........= » »
21^kil.,250 à 800 millièmes = 17^kil., » fin.

Je pars d'abord de cette considération que le cuivre pur, ne contenant aucune partie d'or ni d'argent, est au titre de zéro relativement à ces deux métaux. Ensuite, pour être à même de faire l'application à cet exemple du principe générique établi (252), je cherche d'abord la différence du titre demandé 800 millièmes avec o, titre de la matière servant à l'alliage, différence qui n'est autre chose que le titre même demandé d'une part; je cherche encore la différence de ce dernier titre avec le titre actuel 850 millièmes, différence qui est exprimée par 50 millièmes d'une autre part.

Puis, conformément au même principe (252), je

forme une règle de trois inverse, qui a pour premier terme la première différence; pour second terme, la seconde différence; pour troisième terme, la quantité proposée; et dont le quatrième terme 1^kil.,250, m'indique que c'est bien là le nombre de kilogrammes de cuivre qu'il faut ajouter aux 20 kilogrammes proposés, pour en réduire le titre à 800 millièmes, comme on peut s'en convaincre par la preuve qui accompagne l'opération.

257. *Je suppose actuellement qu'au lieu de réduire les 20 kilogrammes du titre de 850 millièmes à celui de 800 millièmes, en ajoutant du cuivre, on veuille obtenir le même résultat, en ajoutant de la matière à un titre inférieur quelconque, à 650 millièmes par exemple; combien en pareil cas faudra-t-il ajouter de kilogrammes à ce dernier titre ?*

OPÉRATION.

La différ^e. de 800, titre demandé, avec 650, titre des matières servant à l'alliage = 150. I^re différ^e.
Celle de 800, titre demandé,
avec 850, titre actuel.........= 50. II^e id.

donc (252) 150 : 50 :: 20 kil. : x = 6 kil.,667 à 650 millièmes à ajouter. RÉPONSE.

PREUVE.

20^kil.,... à 850 millièmes = 17^kil.,... fin
6 ,667 à 650 id. = 4 ,334
26^kil.,667 à 800 millièmes = 21^kil.,334.

En opérant absolument comme dans le n° 253 (ce qui me dispense de répéter le narré de l'opération), je trouve que, pour réduire les 20 kilogrammes proposés du titre de 850 millièmes à celui de 800 millièmes, il faut ajouter $6^{\text{kil.}},667$ à 650 millièmes de fin.

258. Lorsqu'il s'agit de réduire des matières d'or ou d'argent d'un titre quelconque à celui des monnaies nationales, en ajoutant du cuivre, il résulte que le premier terme de la règle de trois fondamentale, dérivant du principe établi (252), étant invariablement 900, tout se borne à multiplier la quantité proposée par la différence de son titre avec 900, à prendre le neuvième de ce produit, et à séparer ensuite deux chiffres sur la droite.

3e EXEMPLE.

259. *Combien d'or fin faut-il ajouter à 10 marcs au titre de 20 karats, pour les élever à celui de 23 karats ?*

La différe. de 23 karats, titre demandé, avec 24 karats, titre de l'or fin servant à l'alliage $= \frac{1}{24}$. Ire différe.

Celle de 23 karats, titre demandé,
avec 20 karats, titre actuel....... $= \frac{3}{24}$. IIe id.

donc(252) $1/\cancel{24} : 3/\cancel{24} :: \overset{\text{marcs}}{10} : x = \overset{\text{marcs}}{30}$ d'or fin à ajouter. Répse.

En opérant d'après le principe établi (252), je trouve qu'il faut ajouter 30 marcs d'or fin pour satisfaire à la question.

4e EXEMPLE.

260. *Combien d'argent fin faut-il ajouter à 15 marcs d'argent au titre de 10 deniers de fin, pour les élever à celui de 11 deniers ?*

La différe. de 11 den., titre demandé, avec 12 den., titre de l'argent fin servant à l'alliage $= \frac{1}{12}$. Ire différe.

Celle de 11 den., titre demandé,
avec 10 deniers, titre actuel...... $= \frac{1}{12}$ IIe id.

donc(252) $1/\cancel{12} : 1/\cancel{12} :: \overset{\text{marcs}}{15} : x = \overset{\text{marcs}}{15}$ d'arg. fin à ajout. Répse.

En opérant d'après le principe établi (252), je trouve qu'il faut ajouter 15 marcs d'argent fin pour satisfaire à la question.

5e EXEMPLE.

261. *Combien de cuivre faut-il ajouter à 30 marcs d'or au titre de 22 karats, pour les réduire à celui de 20 karats ?*

La differe. de 20 karats, titre demandé, avec 0, titre du cuivre servant à l'alliage = 20 kar. Ire différe.

Celle de 20 kar., titre demandé, avec 22 kar., titre actuel.. . = 2 id. IIe id.

donc (252) $20 : 2 :: \overset{\text{marcs}}{30} : x = \overset{\text{marcs}}{3}$ cuivre à ajouter. Réponse.

En opérants d'après le principe établi (252), je trouve qu'il faut ajouter 3 marcs de cuivre pour satisfaire à la question.

6e EXEMPLE.

262. *Combien faut-il ajouter de marcs le cuivre à 25 marcs d'argent au titre de 11 deniers fin, pour les réduire à celui de dix deniers ?*

La différence de 10 den., titre demandé, avec 0, titre du cuivre servant à l'alliage = 10 den. Ire différe.

Celle de 10 den., titre demandé, avec 11 deniers, titre actuel. = 1 id. IIe id.

donc (252) $10 : 1 :: \overset{\text{marcs}}{25} : x = \overset{\text{mar. onc.}}{2.\ 4}$ cuivre à ajouter. Réponse.

En opérant d'après le principe établi (252), je trouve qu'il faut ajouter 2 marcs 4 onces de cuivre pour satisfaire à la question.

263. Dans l'ancien système, non-seulement il fallait une opération pour l'or et une autre pour l'argent, mais ces opérations étaient la plupart du temps très-compliquées. Si l'on ne s'aperçoit pas de ce dernier inconvénient dans les quatre derniers exemples qui s'y rapportent, c'est que nous avons eu soin de ne choisir que des poids et des titres sans fractions, et qui n'entraînassent par conséquent que des calculs simples.

L'application du système décimal aux monnaies, en rendant commune l'échelle du titre de l'or et de l'argent, et sur-tout en établissant une correspondance parfaite entre le millième de titre et de poids, non-seulement dispense de cette double opération, mais réduit tous les calculs relatifs aux monnaies au plus grand état de simplicité dont ils fussent susceptibles.

Le résumé de ce qui précède (251 à 263) fournit la règle générale suivante.

264. *Pour connaître quelle est la portion de matière pure, de cuivre, ou de matière à un titre quelconque, qu'il faut ajouter à une certaine quantité d'or ou d'argent, pour en élever ou réduire le titre à volonté, il faut :*

1° *Chercher la différence du titre demandé avec le titre de la matière servant à l'alliage;* 2° *la différence de ce même titre demandé avec le titre actuel.*

On formera ensuite une règle de trois qui, conformément au principe établi (252), *aura pour premier terme la première différence, pour second terme la deuxième différence, et pour troisième terme la quantité donnée.*

Par conséquent, l'opération se réduit à multi-

plier d'abord la quantité proposée par la différence de son titre avec celui que l'on veut obtenir, et à diviser ensuite ce produit par la différence de ce même titre demandé avec le titre de la matière qui sert à l'alliage. (Voyez l'application de ce principe, n^os^ 253, 254, 257, 259 et 260).

Nota. Toutes les fois qu'il s'agit de réduire le titre de l'or et de l'argent, en ajoutant du cuivre, ce dernier métal étant au titre de zéro relativement aux deux premiers, il en résulte que tout se borne à multiplier la quantité proposée par la différence de son titre avec celui que l'on veut obtenir, et à diviser le produit par ce dernier titre. Le quatrième terme servira de réponse à la question. (Voyez l'application de ce principe, n^os^ 256, 261 et 262).

7^e^ EXEMPLE.

265. *On veut fondre ensemble les lingots d'or ou d'argent des poids et titres suivants, et élever le titre de la fonte à* 950 *millièmes de fin; on demande combien il faut y ajouter de matière pure ?*

OPÉRATION.

kil.		mill.		kil. fin		
6,660	à	917	=	6,107	}	kil. 27,160 = mill. 865. Titre moyen
7,540	à	892	=	6,726		
5,480	à	850	=	4,658		kil. 31,400
11,720	à	825	=	9,669		
kil. 31,400				kil. 27,160		

31,400 contenant 27,160 fin.

La différ^e^. de 950, titre demandé, avec 1000, titre de la matière pure servant à l'alliage = 50. I^re^ différ^e^.

Celle de 950, titre demandé, avec
865, titre moyen. . . . . = 85. II^e^ id.

donc (252) $50 : 85 :: 31{,}400^{\text{kil.}} : x = 53{,}380^{\text{kil.}}$ matière pure à ajout. Répse.

Après avoir trouvé, d'après ce qui a été prescrit (250), que le titre moyen de la fonte est 865 millièmes, la question se réduit à élever $31^{\text{kil.}},400$ du titre de 865 millièmes à celui de 950 millièmes; et alors, en opérant d'après le principe établi (252), je trouve que, pour élever le titre de la fonte à 950 millièmes, il faut ajouter $53^{\text{kil.}},380$ de matière pure.

266. On peut, si l'on veut, se dispenser de chercher le titre moyen, et abréger même le calcul, en opérant de la manière suivante, qui va nous servir en même temps de preuve.

		kil.
kil. 31,400	au titre demandé de 950 millièmes devraient contenir...................	29,830
	aux divers titres donnés, ils n'en contiennent réellement que...........	27,160
	donc il y a un déficit de fin de..	2,670

$$50 : 1000 :: 2{,}670^{\text{kil.}} : x = 53{,}400^{\text{kil.}}\ (*)\ \text{fin à ajouter.}$$

Après avoir retranché les parties de fin que contiennent les $31,^{\text{kil.}}400$ proposés, des parties de fin qu'ils contiendraient s'ils étaient au titre demandé de 950 millièmes, je trouve un déficit de fin de $2^{\text{kil.}},670$; ensuite, je détermine la quantité de fin qu'il faut ajouter, au moyen d'une simple règle de trois qui, dans tous les cas semblables, doit, comme dans celui-ci, avoir pour premier terme la différence du titre demandé avec le titre de la matière

(*) La différence de 20 grammes en moins, ici, vient de ce qu'en opérant par décimales, on ne peut jamais avoir des résultats rigoureusement justes, sur-tout quand on ne pousse pas l'exactitude au-delà des millièmes.

pure; pour second terme, le titre de la matière pure; et pour troisième terme, le déficit trouvé : le quatrième terme servira de réponse à la question.

267. *Je suppose actuellement qu'au lieu d'ajouter de la matière pure pour élever le titre de la fonte à 950 millièmes, on veuille obtenir le même résultat, en ajoutant de la matière à un titre supérieur quelconque, à 970 millièmes de fin par exemple; combien, en pareil cas, faudra-t-il ajouter de kilogrammes à ce dernier titre?*

Comme je connais le titre moyen de la fonte, qui est 865 millièmes, je me dispense de le chercher; et puis, j'opère de la manière suivante, et d'après le principe établi (252) :

La differe. de 950, titre demandé, avec 970, titre de la matière servant à l'alliage = 20. Ire différe.

Celle de 950, titre demandé, avec 865, titre moyen........................= 85. IIe id.

donc (252) $20 : 85 :: 31{,}400^{\text{kil.}} : x = 133{,}450^{\text{kil.}}$ à $970^{\text{milliè.}}$ à ajouter. Répse.

Je trouve alors que, pour élever le titre de la fonte à 950 millièmes, il faut y ajouter $133^{\text{kil.}},450$, au titre de 970 millièmes de fin.

PREUVE.

$31^{\text{kil.}},400$	à 865	millièmes	=	$27^{\text{kil.}},160$ fin
133 ,450	à 970	id.	=	129 ,447
$164^{\text{kil.}},850$	à 950	millièmes	=	$156^{\text{kil.}},607$ fin.

8e EXEMPLE.

268. *On veut fondre ensemble les lingots d'or ou d'argent des poids et titres suivants, et réduire le titre de la fonte à 800 millièmes; on demande combien il faut ajouter de cuivre pur.*

OPÉRATION.

$$\left.\begin{array}{rcr} \overset{\text{kil.}}{3{,}475} \text{ à } \overset{\text{milliè.}}{900} & = & \overset{\text{kil. fin}}{3{,}127} \\ 15{,}730 \text{ à } 867 & = & 13{,}638 \\ 4{,}325 \text{ à } 840 & = & 3{,}633 \\ 6{,}580 \text{ à } 815 & = & 5{,}363 \end{array}\right\} \frac{\overset{\text{kil.}}{25{,}761}}{\underset{\text{kil.}}{30{,}110}} = \overset{\text{millièmes}}{855\tfrac{1}{2}} \text{ Titre moyen.}$$

$\overset{\text{kil.}}{30{,}110}$ conten. $\overset{\text{kil.}}{25{,}761}$ fin.

La différ^{e}. de 800, titre demandé, avec 0, titre du cuivre servant à l'alliage.... = 800. I^{re} différ^{e}.

Celle de 800, titre demandé,
avec $855\frac{1}{2}$, titre moyen........ = $55\frac{1}{2}$. II^{e} id.

donc (252) 800 : $55\frac{1}{2}$ :: $\overset{\text{kil.}}{30{,}110}$: x = $\overset{\text{kil.}}{2{,}089}$ cuivre à ajouter. RÉP^{se}.

Après avoir trouvé, d'après ce qui a été prescrit (250), que le titre moyen de la fonte est $855\frac{1}{2}$ millièmes, la question revient à réduire les $30^{\text{kil.}},110$ proposés, du titre de $855\frac{1}{2}$ millièmes à celui de 800 millièmes; et, alors, en opérant d'après le principe établi (252), je trouve qu'il faut ajouter $2^{\text{kil.}},089$ de cuivre, pour réduire le titre de la fonte à 800 millièmes.

269. On peut, si l'on veut, se dispenser de chercher le titre moyen, et abréger même le calcul, en opérant de la manière suivante, qui va nous servir en même temps de preuve.

$$\begin{array}{ll} \text{fin des lingots.} & \overset{\text{kil.}}{25{,}761} \\ \text{titre demandé.} & \overline{0{,}800} \end{array} = \overset{\text{kil.}}{32{,}201}$$

à déduire....... 30,110 poids donné.

RÉPONSE........ $\overset{\text{kil.}}{2{,}091}$ (*) cuivre à ajouter.

(*) Même observation pour les deux grammes de moins, ici, que pour les 20 grammes de moins de l'exemple précédent.

Il ne s'agit tout simplement que de diviser, par le titre demandé, le total des parties de fin contenues dans le poids total des matières soumises à l'opération de la fonte, et à déduire du quotient ce poids total. La différence indique la portion de cuivre qu'il faut ajouter, pour réduire la fonte au titre demandé. Cette manière d'opérer est applicable à tous les problêmes de la même nature.

270. *Je suppose actuellement qu'au lieu d'ajouter du cuivre pour réduire le titre de la fonte à 800 millièmes, on veuille ajouter des matières à un titre inférieur quelconque, à 660 millièmes de fin par exemple; combien, en pareil cas, faudra-t-il ajouter de kilogrammes à ce dernier titre?*

Comme je connais le titre moyen de la fonte, qui est $855\frac{1}{2}$ millièmes, je me dispense de le chercher; et puis, j'opère de la manière suivante, et d'après le principe établi (252).

La différ^{e}. de 800, titre demandé, avec 660, titre de la matière servant à l'alliage = 140. I^{re} différ^{e}.

Celle de 800, titre demandé,
avec $855\frac{1}{2}$, titre moyen........ = $55\frac{1}{2}$. II^{e} id.

donc (252) 140 : $55\frac{1}{2}$ :: $\overset{\text{kil.}}{30{,}110}$: x = $\overset{\text{kil.}}{11{,}936}$ à $\overset{\text{milliè.}}{660}$ à ajouter. Rép^{se}.

Je trouve alors que, pour réduire le titre de la fonte à 800 millièmes, il faut y ajouter $11^{\text{kil.}},936$ à 660 millièmes de fin.

PREUVE.

$$\begin{array}{lcl} 30^{\text{kil.}},110 \text{ à } 855\tfrac{1}{2} \text{ millièmes} & = & 25^{\text{kil.}},759 \text{ fin} \\ 11\phantom{^{\text{kil.}}},936 \text{ à } 660 \quad \text{id.} & = & 7\phantom{^{\text{kil.}}},878 \\ \hline 42^{\text{kil.}},046 \text{ à } 800 \text{ millièmes} & = & 33^{\text{kil.}},637 \text{ fin.} \end{array}$$

271. Dans ces deux derniers exemples, nous avons supposé tous les lingots proposés à des titres infé-

rieurs à celui auquel on voulait élever la fonte, ou bien à des titres supérieurs à celui auquel on voulait la réduire. Mais, lorsque ces lingots sont à des titres inférieurs et supérieurs à celui auquel on veut porter le titre de la fonte, l'opération est absolument la même, et l'on retombe toujours dans le même cercle.

Car, si le titre moyen, par exemple, se trouve au-dessus de celui auquel on veut porter la fonte, il ne reste qu'à chercher quelle est la portion de cuivre, ou de matière à un titre inférieur quelconque, qu'il faut ajouter, pour réduire ce titre moyen au titre demandé; ce qu'on déterminera d'après le principe unique établi (252), et en opérant comme aux nos 268 et 270.

Si le titre moyen, au contraire, se trouve au-dessous du titre auquel on veut porter la fonte, il ne reste qu'à chercher quelle est la portion de matière pure, ou de matière à un titre supérieur quelconque, qu'il faut ajouter, pour élever le titre moyen au titre demandé; ce qu'on déterminera, toujours d'après le principe unique établi (252), et en opérant comme aux nos 265 et 267.

Le résumé de ce qui précède (265 à 271), fournit la règle générale suivante:

272. *Lorsqu'on veut fondre ensemble plusieurs lingots d'or ou d'argent, de poids et de titres différents, et qu'on veut connaître quelle est la portion de matière pure, de cuivre, ou de matière à un titre quelconque, qu'il faut ajouter, pour élever ou réduire à volonté le titre de la fonte, il faut:*

1° *Chercher la différence du titre demandé avec le titre de la matière servant à l'alliage;* 2° *la différence de ce même titre demandé avec le titre moyen.*

On formera ensuite une règle de trois inverse qui, conformément au principe établi (252), *aura pour*

premier terme, la première différence; pour second terme, la seconde différence; et pour troisième terme, la somme des poids des lingots proposés: le quatrième terme servira de réponse à la question.

Par conséquent, l'opération se réduit à multiplier d'abord la somme des poids proposés, par la différence de leur titre moyen avec le titre demandé, et à diviser ensuite ce produit par la différence de ce même titre demandé avec celui de la matière qui sert à l'alliage. (Voyez l'application de ce principe nos 265, 267 et 270).

Nota. Toutes les fois qu'il s'agit de réduire le titre de la fonte, en ajoutant du cuivre, ce dernier métal étant au titre de zéro, relativement à l'or et à l'argent, il en résulte que tout se borne à multiplier la somme des poids proposés par la différence de leur titre moyen avec le titre demandé, et à diviser le produit par ce dernier titre. Le quotient servira de réponse à la question. (Voyez l'application de ce principe n° 268).

273. Nous venons de traiter séparément les règles d'alliage relatives aux matières d'or et d'argent, de manière à en rendre l'exécution d'autant plus prompte et plus facile. Mais il est bon d'observer que les procédés que nous avons déja indiqués dans les exemples nos 232, 233 et 234, au sujet du mélange des liquides, fournissent implicitement les moyens de résoudre tous les problêmes relatifs à l'élévation et à la réduction des titres des matières d'or et d'argent. On va en juger par l'application suivante de ces mêmes principes aux quatre premières questions.

1er EXEMPLE.

N° 253.	N° 254.
700 / 1000 — 880 { 120 = 2 kil. à 700 = 1,400 kil. ; 180 = 3 à 1000 = 3, »	700 / 980 — 880 { 100 = 5 kil. à 700 = 3,500 kil. ; 180 = 9 à 980 = 8,820
5 kil. à 880 = 4,400 kil.	14 kil. à 880 = 12,320 kil.
2 kil. : 3 kil. :: 12 kil. : x = 18 kil. fin. Rép^{se}.	5 kil. : 9 kil. :: 12 kil. : x = 21,600 kil. à 980. Rép.

2e EXEMPLE.

N° 256.	N° 257.
850 / 0 — 800 { 800 = 16 kil. à 850 = 13,600 kil. ; 50 = 1 à cuiv. = » »	850 / 650 — 800 { 150 = 3 kil. à 850 = 2,550 kil. ; 50 = 1 à 650 = 0,650
17 kil. à 800 = 13,600 kil.	4 kil. à 800 = 3,200 kil.
16 kil. : 1 kil. :: 20 kil. : x = 1,250 kil. cuiv^{e}. Rép^{se}.	3 kil. : 1 kil. :: 20 kil. : x = 6,667 kil. à 650. Rép.

Quand il s'agit de la fonte de plusieurs lingots, de poids et de titres différents, après en avoir déterminé le titre moyen, la question se trouve assimilée aux quatre précédentes. On pourra s'exercer à les résoudre par le même procédé. C'est d'ailleurs le moyen de se rendre toujours plus profond dans le calcul.

Règle d'affinage.

274. L'*affinage* est une opération par laquelle on dégage l'or et l'argent des matières étrangères qu'ils contiennent. La règle qui porte ce nom, sert à fixer les droits qu'on prélève aux hôtels des monnaies, par kilogramme d'or et d'argent, pour les frais qu'occasionne l'élévation au titre légal de toutes

les matières qu'on y reçoit au change, lorsqu'elles se trouvent au-dessous de 900 millièmes.

Ce droit est de 32 francs par kilogramme d'or fin ; et, pour l'argent, il varie dans une certaine proportion relative à la différence des titres, et se perçoit, au contraire, sur la quantité à affiner.

EXEMPLE.

275. *On porte au change 25 kilogrammes d'or au titre de 850 millièmes : on demande quelle est la quantité de matière qu'il faut affiner, pour élever ces 25 kilogrammes au titre de 900 millièmes.*

OPÉRATION.

900 millið. titre dem^{dé}. : 50 millið. { Excès d'alliage par kilogram. contenu dans les matières présentées.

150 millið. { Alliag. par kilo. des matières présentées. } : 1000 millið., titre de la mat^{re}. pure,

$135\cancel{000}$: $50\cancel{000}$ :: 25 kil. : x = 9,259 kil. à affin. Rép.

PREUVE.

15,741 kil. à......... 850 millið., ci............ 13,380 kil.

7,870 fin de 9,259 kil. à 850 millið., qui ont été affinés 7,870

23,611 kil. à 900 millièmes, ci............ 21,250 kil.

Le moyen le plus court et le plus simple de résoudre toutes les questions du même genre, c'est de poser une règle en forme de conjointe, comme nous venons de le faire, qui ait pour premier antécédent le titre demandé ; pour premier conséquent, l'excès d'alliage par kilogramme contenu dans les matières présentées ; pour second antécédent, l'alliage des matières présentées ; pour second conséquent, le titre de la matière pure ; et enfin pour troisième terme, la quantité donnée : le quatrième servira de réponse à la question.

DÉMONSTRATION.

Le titre que l'on veut obtenir par l'affinage étant à la différence de ce même titre avec celui de la quantité donnée, comme cette même quantité est à l'excès d'alliage qu'elle renferme, on trouverait cet excès d'alliage dans le quatrième terme de la proportion n° 1, établie un peu plus bas.

Ensuite, le degré d'alliage relatif au titre des matières présentées formant précisément le même rapport avec le titre de la matière pure, que cet excès d'alliage avec le nombre de kilogrammes dans lequel il est contenu, on trouverait la quantité à affiner dans le quatrième terme de la proportion n° 2.

N° 1. 900 : 50 :: 25 kil., » : x = 1,389 kil. { Excès d'alliage contenu dans les matières présentées.

N° 2. 150 : 1000 :: 1,389 : x = 9,259 à affiner.

Mais, ces deux proportions ayant un facteur commun dans leurs seconds rapports, puisque le quatrième terme de la première devient le troisième terme de la seconde, il s'ensuit qu'on peut supprimer ce facteur commun, et qu'alors tout se borne à former un rapport composé des deux premiers rapports, comme nous l'avons fait.

276. Lorsqu'il s'agit d'élever au titre des monnaies nationales, des matières d'or ou d'argent, le premier antécédent de la proportion n° 1 étant invariablement 900,

et le premier conséquent de la proportion n° 2 étant 1000 ; il résulte des diverses simplifications dont est susceptible la formule générique de réduction que, *tout se borne à multiplier le poids des matières présentées par l'excès d'alliage, par kilogramme, qu'elles contiennent, et à diviser ce produit par l'alliage par kilogramme de ces mêmes matières, diminué d'un 10^e^.*

Ainsi, dans l'exemple actuel, j'opère de la manière suivante :

Poids des matières présentées. . . . . 25 kil.		Alliage par kilogramme des matières présentées 150
Excès d'alliage par kilog., id. 50		à déduire le 1/10. . . 15
Produit. . 1250	135	Reste. . . . . 135.
350	kil.	
800	9,259	
1250		
35.		

Il résulte de ce qui vient d'être exposé un peu plus haut, cette règle générale :

277. *Pour connaître quelle est la portion qui doit être affinée sur les matières d'or et d'argent qu'il s'agit d'élever au titre des monnaies nationales, ou à tout autre titre qui lui serait inférieur ou supérieur* (*), *il faut :*

1° *Déterminer l'excès d'alliage contenu dans les matières présentées, au moyen d'une règle de trois qui consiste à multiplier la quantité des matières présentées par la différence de leur titre avec celui auquel on veut affiner, et à diviser le produit qui en résulte par ce dernier titre.*

(*) Cette règle est générale, et par conséquent tout-à-fait indépendante du titre que l'on veut obtenir par l'affinage, quel qu'il puisse être.

2° *Déterminer la quantité à affiner par le moyen d'une règle de trois directe, qui doit avoir pour premier terme, le degré d'alliage relatif aux matières présentées; pour second terme, le titre de la matière pure; et pour troisième terme, l'excès d'alliage contenu dans les matières présentées; opération qui, dans notre système décimal des monnaies, se réduit à multiplier cet excès d'alliage par 1000, et à diviser le produit qui en résulte par le degré d'alliage relatif aux matières présentées.*

Problêmes indéterminés.

Ier EXEMPLE.

278. *Un orfévre a des matières d'or ou d'argent au titre de 950 millièmes, de 870 millièmes, de 800 et de 760 millièmes; il voudrait, en les fondant ensemble, obtenir un mélange au titre de 830 millièmes; dans quels rapports doit s'opérer ce mélange?*

950	830	$7\cancel{0}$ kil.	à	950 mill.	=	6kil.650
870		$3\cancel{0}$ »	à	870 id.	=	2, 610
800		$4\cancel{0}$ »	à	800 id.	=	3, 200
760		$12\cancel{0}$ »	à	760 id.	=	9, 120
		26 kil.	à	830 mill.	=	21kil.580

Pour faire 26 kilogrammes à 830 millièmes, il faut mêler 7 kilogrammes à 950 millièmes, 3 kilogrammes à 870 millièmes, 4 kilogrammes à 800 millièmes, et 12 kilogrammes à 760 millièmes.

Je dispose d'abord tous les titres sur une même colonne verticale, en commençant par le titre supérieur, et en continuant dans le même ordre. Ensuite, je cherche la différence du titre demandé 830 avec

le titre le plus élevé 950, et je porte cette différence qui est 120, vis-à-vis le titre le plus bas qui est 760; je porte de même la différence 70 du titre demandé avec le titre le plus bas 760, vis-à-vis le titre le plus élevé 950. Je cherche encore la différence de 830 avec 870, titre qui vient immédiatement après le titre supérieur 950, et je porte cette différence 40, vis-à-vis 800, titre le plus voisin du titre le plus bas. Je porte pareillement la différence 30 de 830 avec ce même titre 800, vis-à-vis 870, et je continuerais de la même manière, s'il y avait un plus grand nombre de titres.

Ainsi, quel que soit le nombre des quantités qui entrent dans le mélange, quand ce nombre est pair, et que le prix demandé est intermédiaire entre les prix excédents et les prix défaillants, tel est le procédé générique pour résoudre ces questions de la manière la plus simple et qui offre le plus de convenance dans la pratique, en ce qu'il se prête mieux à la variété des combinaisons pour les mélanges. Car toutes les fois qu'il s'agit de plus de deux quantités, ces sortes de problêmes sont indéterminés; c'est-à-dire qu'ils sont susceptibles d'un nombre indéfini de solutions différentes.

279. On peut ramener ces problêmes à un mode unique de solution, en opérant de la manière suivante :

Titres supérieurs.	1 kil. à 950	$\dfrac{1820}{2}$ = 910 mill.	*Titre moyen.*
	1 id. à 870		
	2 kil.		
Titres inférieurs.	1 kil. à 800	$\dfrac{1560}{2}$ = 780 mill.	*id.* *id.*
	1 id. à 760		
	2 kil.		

			kil.		kil.
910	830	5 kil. dont	2 1/2	à 950 =	2,375
			2 1/2	à 870 =	2,175
780		8 id. dont	4 »	à 800 =	3,200
			4 »	à 760 =	3,040
		13 kil.		à 830 =	kil. 10,790

Après avoir trouvé 910 millièmes pour titre moyen de toutes les matières au-dessus du titre demandé 830 millièmes d'une part, et 780 millièmes pour titre moyen de toutes celles au-dessous du même titre demandé de l'autre, la question se trouve assimilée à celle-ci : *Un orfèvre a des matières au titre de* 910 *et de* 780 *millièmes, quelle quantité doit-il prendre de chacune pour former un mélange au titre de* 830 *millièmes ?*

En opérant d'après le procédé générique développé au n° 232, je trouve que, pour atteindre son but, il doit mêler 5 kilogrammes à 910 millièmes avec 8 kilogrammes à 780 millièmes.

Actuellement, pour trouver le nombre de kilogrammes de chaque titre supérieur qui doit faire partie du mélange, je n'ai qu'à substituer aux 5 kilogrammes à 910 millièmes, 2. 1/2 kilogrammes à 950 millièmes, et 2. 1/2 kilogrammes à 870, puisque ce titre moyen 910 millièmes répond à 1 kilogramme à chacun de ces deux derniers titres.

Pareillement et toujours par la même raison ; pour trouver le nombre des kilogrammes de chaque titre inférieur qui doit faire partie du mélange, je n'ai qu'à substituer aux 8 kilogrammes à 780 millièmes, 4 kilogrammes à 800 millièmes et 4 kilogrammes à 760 millièmes.

Par ce moyen, toutes les matières entrent dans le mélange, il est vrai ; mais toutes celles des titres supérieurs n'y entrent que pour une seule et même quantité, et il en est de même de toutes les matières des titres inférieurs.

Ce dernier procédé offre l'avantage de combiner le mélange des matières dans des rapports déterminés ; c'est-à-dire, de faire dominer dans la fonte certaines quantités, dans telle proportion que l'on voudra.

Ainsi, si je veux ménager dans cette fonte les matières à 950 et à 800 millièmes, à l'égard des matières à 870 et à 760 millièmes, dans un rapport quelconque, par exemple, dans celui de 1 à 2 ; c'est-à-dire, si je veux qu'il n'entre dans le mélange que 1 kilogramme à 950 millièmes contre 2 à 870, et 1 kilogramme à 800 millièmes contre 2 à 760 ; voici comment j'opère :

1 kil.	à	0,950	$\dfrac{2,690}{3}$ =	millié. 897. *Titre moyen.*
2 »	à 870 =	1,740		
3 kil.				

1 kil.	à	0,800	$\dfrac{2,320}{3}$ =	millié. 773 *Idem.*
2 »	à 760 =	1,520		
3 kil.				

			kil.		kil.
897	830	57 kil. dont	19	à 950 =	18,050
			38 »	à 870 =	33,060
			kil.		
773		67 id. dont	22,333	à 800 =	17,866
			44,667	à 760 =	33,947
		kil. 124	kil. 124,000	à 830 =	kil. 102,923.

Dans la formation des titres moyens, je subordonne d'abord la quantité des matières qui doivent en faire partie aux conditions de la question. Par ce moyen, elle se trouve assimilée à celle où il s'agirait de former un mélange au titre de 830 millièmes, avec des matières à 897 et à 773 millièmes.

En opérant, d'après le procédé générique développé (232), je trouve qu'il faut mêler 57 kilogrammes à 897 millièmes avec 67 kilogrammes à 773 millièmes.

Dès-lors, pour avoir les quantités relatives aux titres 950 et 870 millièmes qui doivent faire partie du mélange, il ne s'agit plus que de partager 57 kilogrammes en parties proportionnelles aux nombres 1 et 2; et pour connaître les quantités relatives aux titres 800 et 760 millièmes, il ne s'agit pareillement que de partager 67 kilogrammes en parties proportionnelles aux nombres 1 et 2 aussi, comme nous l'avons fait.

2^e EXEMPLE.

280. *Un orfèvre veut avoir 15 kilogrammes d'or ou d'argent à 830 millièmes, en fondant ensemble des matières à 950, à 870, à 800 et à 760 millièmes; on demande quelle est la quantité qu'il doit fondre de chacune de ces diverses matières pour atteindre son but.*

Dans toutes les questions de ce genre, il faut opérer d'abord comme si le nombre de kilogrammes n'était pas déterminé; c'est-à-dire commencer par chercher purement et simplement les rapports relatifs aux titres dans lesquels doit s'opérer le mélange.

Dans cette occasion, nous sommes dispensés de cette recherche, puisque nous venons de voir dans l'exemple précédent que, pour avoir 26 kilogrammes à 830 millièmes, il faut fondre ensemble 7 kilogrammes à 950 millièmes, 3 kilogrammes à 870 millièmes, 4 kilogrammes à 800 millièmes, et 12 kilogrammes à 760 millièmes.

Mais, puisqu'au lieu de 26 kilogrammes à 830 millièmes, on en veut 15, c'est une vérité bien sensible que les quantités respectives aux quatre divers titres qui doivent composer ces 15 kilogrammes, doivent avoir les mêmes rapports entre elles qu'avaient les quantités relatives à ces mêmes titres qui composaient les 26 kilogrammes. Par conséquent, pour connaître ces quantités, je n'ai qu'à raisonner ainsi: *Si pour 26 kilogrammes à 830 millièmes, il faut fondre 7 kilogrammes à 950 millièmes, 3 kilogrammes à 870 millièmes, 4 kilogrammes à 800 millièmes, et 12 kilogrammes à 760 millièmes, pour 15 kilogrammes à 830 millièmes, quelle quantité de kilogrammes faudra-t-il mêler à ces quatre derniers titres?* Et je déterminerai chacun de ces quatre nombres, au moyen de la règle de trois suivante:

$$26:15::\left\{\begin{array}{rl} 7:x= & \overset{\text{kil.}}{4{,}038} \text{ à } 950 = \overset{\text{kil.}}{3{,}836} \\ 3:x= & 1{,}731 \text{ à } 870 = 1{,}506 \\ 4:x= & 2{,}308 \text{ à } 800 = 1{,}846 \\ 12:x= & 6{,}923 \text{ à } 760 = 5{,}261 \end{array}\right.$$

$$\overset{\text{kil.}}{15{,}000} \text{ à } 830 = \overset{\text{kil.}}{12{,}449}.$$

Ce qui revient à partager 15 en parties proportionnelles aux nombres 7, 3; 4 et 12.

Pour avoir 15 kilogrammes à 830 millièmes, il faut fondre $4^{\text{kil.}}$,038 à 950 millièmes, $1^{\text{kil.}}$,731 à 870 millièmes, $2^{\text{kil.}}$308 à 800 millièmes, et $6^{\text{kil.}}$,923 à 760 millièmes, comme cela résulte de la preuve que porte avec elle l'opération. La différence de 1 milligramme en moins pour les 15 kilogrammes qui, à 830 millièmes devraient contenir $12^{\text{kil.}}$,450, vient de ce que nous avons opéré par décimales, et il en est de même des autres petites différences dans les exemples précédents.

3^e EXEMPLE.

281. *Un orfèvre doit faire un ouvrage de dix marcs d'argent à 42[tt] le marc : mais comme il n'a que des lingots à 48[tt], à 44 et à 40[tt] le marc, on demande combien il faut qu'il prenne de chacun pour composer les 10 marcs que doit peser l'ouvrage à 42 livres?*

OPÉRATION.

$$\begin{array}{ll} \begin{array}{l}48\\44\\40\end{array} & 42\left\{\begin{array}{rcrcl} \ldots\ldots & & 2 \text{ marcs à } 48^{₶} & = & 96^{₶} \\ \ldots\ldots & & 2 \text{ id. à } 44 & = & 88 \\ 6+2 & = & 8 \text{ id. à } 40 & = & 320 \end{array}\right. \\ & \qquad\qquad 12 \text{ marcs à } 42^{₶} = 504^{₶}. \end{array}$$

$$12:10::\left\{\begin{array}{l} 2:x = 1\tfrac{2}{3} \text{ marcs à } 48^{₶} = 80^{₶} \\ 2:x = 1\tfrac{2}{3} \text{ id. à } 44 = 73\tfrac{1}{3} \\ 8:x = 6\tfrac{2}{3} \text{ id. à } 40 = 266\tfrac{2}{3} \end{array}\right.$$
$$10 \text{ » marcs à } 42^{₶} = 420^{₶}.$$

Après avoir établi compensation entre les prix de 48₶ et de 40₶, j'en établis entre ceux de 44₶ et de 40₶. Du reste, l'opération est de tout point semblable à la précédente. Voilà pourquoi nous nous abstenons d'en répéter la démonstration.

On demande actuellement combien il doit mêler de marcs de 44 et de 40₶ avec 5 marcs de 48₶, pour avoir des matières à 42 livres.

Il faut opérer d'abord comme si le nombre de marcs de 48₶ n'était pas déterminé, et par conséquent comme nous venons de le faire, et puis raisonner ainsi :

Si pour 2 marcs à 48₶ on doit mêler 2 marcs à 44₶ et 8 marcs à 40₶, pour 5 marcs à 48₶, quelle quantité de marcs faudra-t-il mêler de chacun de ces derniers prix ? Et l'on déterminera chacun de ces deux nombres, au moyen de la règle de trois suivante :

$$2:5::\left\{\begin{array}{l} 2:x = 5 \text{ marcs à } 44^{₶} \\ 8:x = 20 \text{ id. à } 40. \end{array}\right.$$

On n'a qu'à vérifier cette opération, et l'on trouvera que 5 marcs à 44₶, et 20 marcs à 40₶, mêlés avec 5 marcs à 48₶, donneront de l'argent à 42 livres.

Complément des notions nécessaires à tous ceux qui veulent faire le commerce des matières d'or et d'argent.

282. Toute personne qui veut faire le commerce des matières d'or et d'argent, doit avoir les connaissances les plus complettes sur cette branche d'industrie d'ailleurs très-délicate, et ne doit être étrangère à aucune des considérations qui s'y rattachent. C'est pourquoi nous allons entrer dans de nouveaux développements qui sont d'ailleurs nécessaires pour faciliter l'intelligence des tableaux A et B que nous joignons ici, pages 243 et 256.

283. Nous n'avons parlé jusqu'à présent que du titre de nos monnaies. Mais il y a encore trois titres légaux pour les ouvrages d'orfévrerie d'or, et deux pour ceux d'argent, savoir :

POUR L'OR.

Le 1er de 920$^{\text{milliè.}}$,	ou 22$^{\text{karats}}$ $\frac{3}{32}$		Avec une tolérance de 3 millièmes.
Le 2^{e} de 840 id....	20 » $\frac{5}{32}$		
Le 3^{e} de 750 id....	18 » »		

POUR L'ARGENT.

Le 1er de 950$^{\text{milliè.}}$,	ou 11$^{\text{den.}}$	10$^{\text{grains}}$	Avec une tolérance de 5 millièmes.
Le 2^{e} de 800 id....	9 »	14 »	

284. Il y a deux sortes de valeurs pour les monnaies; la valeur nominale et la valeur réelle ou intrinsèque.

La valeur nominale est celle que le gouvernement assigne à chaque pièce dans la circulation, et la valeur intrinsèque n'est autre chose que celle du poids même de l'or ou de l'argent fin dont elle est composée.

Quoique la première de ces valeurs soit en quelque sorte arbitraire, cependant, dans tout système monétaire bien entendu, elle doit être relative à la valeur réelle.

Car le gouvernement pourrait bien déterminer, par exemple, que la pièce de 5 francs en vaudrait 7 au lieu de 5; mais, en dépit de cette mesure, le cours de cette même pièce ne s'établirait jamais dans le commerce que sur le pied de son titre et de son poids; c'est-à-dire, d'après sa valeur intrinsèque qui est invariable, parce qu'elle est indépendante du temps, des lieux et des circonstances.

Il arrive bien quelquefois qu'on paie dans le commerce, au-delà de leur valeur intrinsèque, certaines monnaies d'or et d'argent, comme par exemple les quadruples et les piastres d'Espagne. Mais cela ne tient qu'à des opérations du moment dans lesquelles les négociants trouvent encore de l'avantage à surpayer ainsi ces monnaies, pour les importer ensuite dans les colonies; parce que là ils les font servir à l'achat de marchandises dont le paiement leur serait plus onéreux de toute autre manière.

285. Comme, dans les monnaies d'or et d'argent, on ne tient aucun compte du métal qui en forme l'alliage, leur valeur se réduit au poids du métal pur.

286. D'après la valeur de l'or et de l'argent monnayé, il résulte que le gouvernement devrait

payer l'or fin, c'est-à-dire l'or à $\frac{1000}{1000}$ sur le pied de.......................... 3444 fr. 44 $\frac{444}{1000}$,
et l'argent fin.................. 222 22 $\frac{222}{1000}$,
s'il n'exerçait à l'avance un droit de retenue sur ces matières.

Ce droit, qui embrassait autrefois celui de *seigneuriage*, se borne aujourd'hui aux seuls frais de fabrication, et est fixé ainsi qu'il suit, par la loi du 5 germinal an XI (28 mars 1803) :

Par kilogramme	D'or fin à 10 fr.; d'or au titre des monnaies............... 9 fr.
	D'argent fin à 3 fr. 33 $\frac{333}{1000}$; d'argent au titre des monnaies..... 3 fr.

Et en diminuant dans la même proportion au-dessous du titre de $\frac{900}{1000}$, sans préjudice toutefois des frais d'*affinage* que la monnaie prélève sur toutes les matières d'or et d'argent au-dessous du titre de 900 millièmes.

287. Le rapport entre l'or et l'argent diffère dans chaque pays. Pour le trouver, il faut diviser le prix du kilogramme d'or fin par le prix du kilogramme d'argent fin, sans aucun égard de part ni d'autre aux frais de fabrication.

Ainsi, en France, l'or fin valant sur ce pied, comme nous l'avons déja vu, 3444 fr. 44 $\frac{444}{1000}$, et l'argent fin 222 fr. 22 $\frac{222}{1000}$, il en résulte qu'un kilogramme d'or y vaut 15 $\frac{1}{2}$ kilogrammes d'argent.

288. Il suit encore du même principe qu'il existe nécessairement le même rapport entre un poids quelconque d'or, entre un kilogramme par exemple, et le nombre de kilogrammes d'argent qui en est l'équivalent, qu'entre le prix du kilogramme d'argent

et celui de l'or, et réciproquement; de manière que l'argent peut servir de mesure à la valeur de l'or, et *vice versâ*. Ainsi, en France,

$$1 \text{ kil. d'or} : \overset{\text{kil. d'argent}}{15\tfrac{1}{2}} :: 222 \text{ fr. } 22\tfrac{222}{1000} : 3444 \text{ fr. } 44\tfrac{444}{1000} \text{ (*)},$$

et en mettant les moyens à la place des extrêmes,

$$222 \text{ f. } 22\tfrac{222}{1000} : 3444 \text{ f. } 44\tfrac{444}{1000} :: 1 \text{ kil. d'or} : 15\tfrac{1}{2} \text{ kil. d'arg.}$$

En France l'or vaut donc. . $15\frac{1}{2}$ autant que l'argent.

$$\left.\begin{array}{l}\text{En Espagne et en Portugal. } 16\\ \text{A Berlin. . . . . } 13\end{array}\right\}\text{ id. à très-peu près.}$$

Les différentes variations à cet égard, en Europe, donnent, pour prix moyen entre l'or et l'argent, environ $14\frac{1}{2}$ (**).

289. Cela posé, il est aisé de juger combien il

(*) On peut substituer au second rapport de cette proportion 200 fr. : 3100 fr., qui lui est égal à très-peu de chose près.

(**) D'après divers mémoires publiés, il y a quelque temps, par M. le marquis Germain Garnier, sur les monnaies de compte des anciens, il semblerait résulter que la véritable proportion de l'or à l'argent est, et a été dans tous les temps, de 15 à 1. Cependant M. Letronne, membre de l'Institut, a fait paraître depuis un mémoire sur les monnaies grecques et romaines, propre à jeter des doutes sur l'exactitude des théories mentionnées par M. le marquis Garnier. Cette dissidence d'opinion a engagé ces deux savants à travailler, chacun de son côté, à des ouvrages qui ne pourront que tourner au profit de la science. Déja M. Garnier vient de publier son Histoire de la monnaie, pleine de recherches curieuses et d'observations neuves, dans laquelle le système général des monnaies est exposé dans l'ordre des temps et des nations, depuis la plus haute antiquité jusqu'au règne de Charlemagne. Il sera curieux de voir ce que M. Letronne opposera à ces nouvelles doctrines, lui qui s'est déja porté comme le défenseur des anciennes; et cette polémique jettera un nouveau jour sur ces matières.

importe à tout négociant, aussi bien qu'à tout homme qui fait le commerce des matières, de connaître le rapport qui existe entre l'or et l'argent dans chaque pays.

Car, puisque, comme nous venons de le voir, le même kilogramme d'or qui vaut 16 kilogrammes d'argent par exemple en Espagne, n'en vaut que 13 à Berlin, il m'est bien plus avantageux d'être payé en argent en Espagne, et en or en Prusse, puisque avec 16 kilogrammes d'argent reçus en Espagne, je me procurerai en Prusse un kilogramme d'or, plus 230 grammes d'or; et que un kilogramme d'or, reçu en Prusse, me ferait recevoir, au contraire, 16 kilogrammes d'argent en Espagne.

290. L'évaluation des monnaies étrangères peut se faire de deux manières.

« La première, en considérant les pièces d'après « le poids qu'elles peuvent avoir dans la circulation, « et leur titre au tarif des monnaies, ou d'après « celui trouvé par les essais : cette manière varie « suivant les différences de titre et de poids réels de « chaque pièce.

« La deuxième se fait d'après le droit de poids et « de titre que la loi exige en chaque pays, pour « chaque nature de pièces, comparé au droit de « poids et de titre des monnaies françaises, sans « aucune retenue; de sorte que $22^{\text{gram.}},5$ d'argent fin, « que peut contenir une pièce étrangère, équivalent « à la pièce de 5 fr. de France (laquelle étant du « poids de 25 grammes au titre de 900 millièmes, « contient aussi $22^{\text{gram.}},5$ d'argent fin).

« On doit suivre le même principe pour les pièces « d'or.

« Cette seconde manière est la seule qui serve

« à constater la valeur légale des monnaies entre « elles (*). »

291. Nous avons envisagé les principales monnaies d'or et d'argent qui ont cours dans tous les pays sous ces deux rapports différents dans le tableau A, le plus complet peut-être qui ait encore paru dans ce genre.

La 1re colonne indique les titres auxquels les pièces étrangères sont reçues aux hôtels des monnaies, ou les titres qui ont été trouvés par les essais pour les pièces qui ne sont pas portées sur le tarif de l'administration générale des monnaies. Ces dernières sont accompagnées d'un astérisque.

La 2e colonne indique le poids que doit avoir chaque pièce.

La 3e colonne indique le prix auquel doit être payé au change le kilogramme de toute espèce de matières d'or et d'argent, déduction faite des frais de fabrication et d'affinage.

La 4e indique également ce même prix pour chaque pièce, d'après la même base.

La 5e colonne enfin indique la valeur de ces mêmes pièces supposées droites de poids et de titre.

D'après ce tableau dont toutes les indications, puisées dans les sources les plus pures, sont de la dernière exactitude (**), on est à même de faire le commerce des matières en toute sûreté.

(*) Tout ce passage, marqué de guillemets, est extrait de l'annuaire du bureau des longitudes.

(**) Pour tous les points indécis, on a eu recours aux ouvrages de Bonneville et de Bonnet, auteurs classiques dans cette partie.

Je prends pour exemple les guinées de 21 schellings d'Angleterre, portées sur la première ligne de mon tableau, et je suppose qu'on me propose d'en acheter dont le poids, par l'altération du frai ou toute autre cause, se trouverait réduit à $7^{\text{gram.}},96$.

J'ai deux moyens de vérifier que je ne dois plus payer ces pièces, en raison de la diminution de leur poids, que sur le pied de 25 francs 01 cent., tandis que la 4e colonne du tableau en indique la valeur à 26 francs 21 cent., lorsqu'elles ont le poids requis de $8^{\text{gram.}},34$, porté sur la 2e colonne.

En effet, puisque la 3e colonne de mon tableau m'apprend que la valeur intrinsèque du kilogramme d'or, au même titre que la guinée, est de 3142 fr. 52 c., je n'ai qu'à chercher combien valent, à ce taux, $7^{\text{gram.}},96$; or, il me suffit pour cela de multiplier tout simplement le nombre 314252 par 796, et de séparer ensuite cinq chiffres sur la droite du produit.

Ou bien encore, les poids et les prix étant directement proportionnels entre eux, je trouverai la même valeur dans le quatrième terme de cette règle de trois,

$$8^{\text{gram.}},34 : 26 \text{ fr. } 21 \text{ c.} :: 7^{\text{gram.}},96 : x,$$

qui est 25 francs 01 cent.

292. Ce seul exemple suffit pour fixer sur la méthode à suivre dans tous les cas semblables; mais ce tableau, tout étendu qu'il soit, n'embrasse qu'un certain nombre de titres différents, et offre par conséquent de grandes lacunes. Voilà pourquoi nous en joignons un second coté B, destiné à compléter le précédent, et qui devient indispensable à toute per-

sonne qui fait le commerce des matières. Car le tarif des monnaies est insuffisant à cet égard.

En effet, celui-ci n'indique que le prix du kilogramme, déduction faite des frais de fabrication seulement, tandis que, comme nous l'avons déja observé plus haut, la monnaie retient en outre un droit d'affinage de *tant* par kilogramme sur toutes les matières d'or et d'argent qu'on lui présente au-dessous du titre de 900 millièmes. On serait donc induit en erreur si l'on établissait ses calculs d'après les prix portés sur le tarif des monnaies (*).

Notre tableau indique, au contraire, les prix par kilogrammes d'or et d'argent, déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. Il s'étend depuis 1000 millièmes jusqu'à 500 millièmes inclusivement. De 1000 millièmes à 900 millièmes, il n'y a que des frais de fabrication seulement; et à partir de 900 millièmes, tous les titres au-dessous entraînent des frais de fabrication et d'affinage que nous avons eu soin de déduire; de manière que nous n'avons porté que le prix net qu'on obtiendrait des matières au change, seul prix qu'il soit essentiel de connaître. Par ce moyen, on est à même de determiner la valeur d'un lingot ou d'une pièce d'or ou d'argent d'un poids quelconque, par une simple règle de trois.

Ainsi, si je porte à l'hôtel des monnaies des rou-

(*) Le droit d'affinage n'existait pas à l'époque où l'administration générale des monnaies a publié son tarif. Si elle ne l'a pas refait, c'est sans doute parce qu'elle laisse aux particuliers la faculté de se soustraire à ce droit en tout ou en partie, en portant tout-à-la-fois au change des matières au-dessus et au-dessous du titre de 900 millièmes.

bles d'argent de Russie par exemple, qui sont à 788 millièmes de fin, ou un lingot d'argent au même titre, on ne me les paiera qu'à raison de 169 fr. 43 c. le kilogramme, prix mentionné sur mon tableau, tandis que, sur le tarif des monnaies, le kilogramme au titre de 788 millièmes est porté à 172 fr. 48 c., prix relatif à la déduction des frais de fabrication seulement.

293. Toutes les fois qu'on porte isolément aux hôtels des monnaies, des matières d'or ou d'argent au-dessous de 900 millièmes, on doit payer le droit d'affinage; mais on peut éviter de l'acquitter en tout ou en partie, en portant tout-à-la-fois au change des matières au-dessus et au-dessous du titre légal.

Par exemple, si l'on présente, en quantités égales, des matières à 850 et à 950 millièmes, il y aura une compensation exacte, au moyen de laquelle on n'aura rien à payer pour les frais d'affinage; et, dans tout autre cas, ce droit sera d'autant moindre que la combinaison des titres approchera davantage de cette compensation.

294. Dans la comptabilité des monnaies, on est souvent obligé de calculer l'or et l'argent fin, tantôt sur le pied de leur valeur intrinsèque, tantôt sur le pied de leur valeur, déduction faite des droits de fabrication du directeur. Alors on est entraîné dans des calculs d'autant plus longs qu'on conserve au multiplicande cinq décimales de francs, et que la plupart du temps on descend jusqu'aux milligrammes dans les poids soumis à cette évaluation; ce qui fait en tout onze décimales dans les deux facteurs.

On peut substituer à ces multiplications deux procédés aussi courts que la méthode ordinaire est longue : les voici convertis en règles générales.

Évaluation de l'or et de l'argent fin sur le pied de leur valeur intrinsèque.

POUR L'OR.

Pour évaluer en francs un poids quelconque d'or fin, sur le pied de sa valeur intrinsèque, multipliez-le d'abord par 10000; prenez le tiers de ce premier produit, et puis le tiers du tiers, en gagnant une colonne de gauche à droite; additionnez ces deux derniers produits, et leur somme sera la réponse à la question.

EXEMPLE.

Combien vaut 1,476,357 kil. d'or fin, sur le pied de $3444^{fr},44444$ le kilogramme?

kil. 1,476,357 × 10000 = 14763,57 fr. c.

P^r. $\frac{30}{90}$ le $\frac{1}{3}$ du multip^{de}. 4921,19 fr. c.

P^r. $\frac{1}{90}$ le $\frac{1}{3}$ du prod. précédent, en gagnant une colon^e. 164,03

P^r. $\frac{31}{90}$.. Total et rép^{se}. 5085,22 fr. c.

La raison de cette méthode est fondée sur ce que la valeur intrinsèque d'or fin étant fixée à $3444^{fr},44444$ le kilogr., il en résulte que 1 kil. d'or fin vaut intrinséquement $\frac{344444444}{100000}$ francs, rapport qui est égal à $\frac{310000}{90}$, à très-peu de chose près.

Il ne s'agit donc alors que de multiplier le poids proposé par ce dernier rapport; et c'est précisément ce que l'on fait, en multipliant d'abord par 10000, et en prenant ensuite

POUR L'ARGENT.

Pour évaluer en francs un poids quelconque d'argent fin, sur le pied de sa valeur intrinsèque, multipliez-le d'abord par 1000; prenez ensuite le neuvième de ce produit, multipliez ce résultat par 2, et le dernier produit sera la réponse à la question.

EXEMPLE.

Combien valent 0,896 kil. d'argent fin, sur le pied de $222^{fr.},22222^{c.}$ le kilogramme?

$0^{kil.},896$ × 1000 = ..896

P^r. le $\frac{1}{9}$ du multiplic^{de}. 99,55 fr. c.
2

P^r. le $\frac{2}{9}$... Réponse.. 199,10 fr. c.

La raison de cette méthode est fondée sur ce que la valeur intrinsèque d'argent fin étant fixée à $222^{fr.},22222$, il en résulte que 1 kilog. d'argent fin vaut intrinséquement $\frac{22222222}{100000}$ francs, rapport qui est égal à $\frac{2000}{9}$ à très-peu de chose près.

Il ne s'agit donc alors que de multiplier le poids proposé par ce dernier rapport; et c'est précisément ce que l'on fait, en le multipliant d'abord par 1000, en prenant ensuite le 9^e

le $\frac{1}{3}$, puis le $\frac{1}{30}$ du tiers, et en additionnant ces deux derniers produits qui font bien les $\frac{31}{90}$ (1).

de ce produit, et enfin, en doublant ce 9^e pour s'attacher à ce dernier résultat (2).

Les mêmes règles peuvent servir à trouver la valeur intrinsèque des matières d'or et d'argent, à n'importe quel titre, en opérant sur le fin contenu dans les lingots proposés.

Ainsi, *pour trouver la valeur intrinsèque de 10 kilogrammes d'or au titre de 750 millièmes, par exemple,* je commence par chercher les parties de fin qu'ils contiennent; et après avoir trouvé, d'après ce qui a été prescrit (248), que ces 10 kilogrammes se réduisent à $7^{kil.},50$ de métal pur, et en opérant absolument comme dans l'exemple précédent, je trouve 25833 fr. 33 c. pour réponse à la question. On suivra la même marche pour l'argent.

Évaluation de l'or et de l'argent fin, sur le pied de leur valeur, déduction faite des droits de fabrication.

POUR L'OR.

Pour évaluer en francs un poids quelconque d'or fin, déduction faite des frais de fabrication, multipliez ce poids par 10000, et regardez ce premier résultat comme votre multiplicande; prenez-en ensuite le tiers, puis le centième, et enfin prenez le tiers du premier produit, en gagnant trois colonnes de gauche à droite: additionnez ces trois produits, et leur somme sera la réponse à la question.

POUR L'ARGENT.

Pour évaluer en francs un poids quelconque d'argent fin, déduction faite des frais de fabrication, multipliez ce poids par 1000; prenez le tiers de ce produit, et déduisez de ce résultat son tiers; déduisez encore de ce reste le centième du premier tiers, et ce second reste sera la réponse à la question.

(1) Ou bien on peut encore multiplier effectivement le poids proposé par 31000, et diviser le produit par 9. Ainsi, dans cette occasion, j'aurais eu 45767,067000 pour produit, dont le 9^e est bien les mêmes 5085 fr. 22 c.

(2) Ou bien on peut encore multiplier effectivement le poids proposé par 2000, et diviser le produit par 9. Ainsi, dans cette occasion, j'aurais eu 1792,000 pour produit, dont le 9^e est bien 199 fr. 11 c.

EXEMPLE.

Combien vaut 1$^{kil.}$,476,357 *d'or fin, sur le pied de* 3434$^{fr.}$,44444 *le kilogramme ?*

kil.	fr. c.
1,476,357 × 10000 =	14763,57
	fr. c.
P^{r}. $\frac{3000}{9000}$ le $\frac{1}{3}$ du mult^{de}.	4921,19
— $\frac{90}{9000}$ le $\frac{1}{100}$ id	147,63
— $\frac{1}{9000}$ le $\frac{1}{3}$ du premier produit, en gagnant 3 colon.	1,64
P^{r}. $\frac{3091}{9000}$ Total et rép^{se}..	5070,46.

La raison de cette méthode est fondée sur ce que la valeur de l'or fin, déduction faite des frais de fabrication, étant fixée à 3434$^{fr.}$,44444$^{c.}$ le kilogramme, il en résulte que 1 kilog^{e}. d'or fin, sur ce pied, vaut $\frac{343444444}{100000}$ francs, rapport qui est égal à $\frac{30910000}{9000}$, à très-peu de chose près.

Il ne s'agit donc alors que de multiplier le poids proposé par ce dernier rapport ; et c'est précisément ce que l'on fait, en multipliant d'abord par 10000, et en prenant ensuite les $\frac{3091}{9000}$ de ce produit, comme nous l'avons fait (1).

EXEMPLE.

Combien valent 0$^{kil.}$,896 *d'argent fin, sur le pied de* 218$^{fr.}$,88889 *le kilogramme ?*

	fr. c.
0$^{kil.}$,896 × 1000 =	896,00
Pour .. $\frac{300}{900}$ le $\frac{1}{3}$ du multiplicande..	fr. c. 298,66
à dédr^{re}. $\frac{100}{900}$, ou le $\frac{1}{3}$ du tiers......	99,55
	fr. c.
Pour.. $\frac{200}{900}$.. Reste..	199,11
à dédr^{re}. $\frac{3}{900}$, ou le $\frac{1}{100}$ du premier tiers......	2,98
Pour.. $\frac{197}{900}$ reste définitif et rép^{se}..	fr. c. 196,13.

La raison de cette méthode est fondée sur ce que la valeur de l'argent fin, déduction faite des frais de fabrication, étant fixée à 218$^{fr.}$88889$^{c.}$, il en résulte que 1 kilogr. d'argent fin, sur ce pied, vaut $\frac{21888889}{10000}$ francs ; rapport qui est égal à $\frac{197000}{900}$, à très-peu de chose près.

Il ne s'agit donc alors que de multiplier le poids proposé par ce dernier rapport ; et c'est précisément ce que l'on fait, en multipliant d'abord par 1000, et en prenant ensuite les $\frac{197}{900}$ de ce produit, comme nous l'avons fait (2).

(1) Ou bien on peut encore multiplier effectivement le poids proposé par 30910, et diviser le produit par 9. Ainsi, dans cette occasion, j'aurais eu 45634,19480 pour produit, dont le 9^{e} est bien les mêmes 5070 fr. 46 c.

(2) Ou bien on peut encore multiplier effectivement le poids proposé par 1970, et diviser le produit par 9. Ainsi, dans cette occasion, j'aurais eu 1765,120 pour produit, dont le 9^{e} est 196 fr. 11 c.

TABLEAU A

Indiquant le titre, le poids, et les valeurs des principales monnaies réelles d'or et d'argent qui ont cours dans tous les pays.

Nota. Les titres qui ne sont pas accompagnés d'un astérisque, sont ceux auxquels les pièces dont il s'agit sont reçues au change aux hôtels des monnaies, conformément au tarif, ou bien en vertu de décisions de l'administration générale, postérieures à l'impression de ce tarif.

L'astérisque joint au titre indique au contraire que les pièces dont il s'agit n'ont pas encore été tarifées par la monnaie, mais que ce sont bien là les titres qu'elles donnent le plus communément à l'essai.

	ANGLETERRE.	TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
			gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
OR.	Guinée de 21 schellings..........	915	8 34	3142 52	26 21	26 47
	Demi-guinée.................	915	4 14	3142 52	13 01	13 24
	Un quart.....................	915	2 02	3142 52	6 35	6 62
	Un tiers ou 7 schellings.........	915	2 76	3142 52	8 67	8 82
	Souverain de 20 schellings, frappé en 1817..................	915	7 97	3142 52	25 05	25 20
	Demi-souverain de 10 schellings, *id.*	915	3 98	3142 52	12 51	12 60
	Nota. Les guinées d'Angleterre ne sont portées sur le tarif qu'au titre de 914, mais ce titre ayant été reconnu trop faible, ces pièces sont reçues à celui de 915, d'après une décision de l'administration générale des monnaies.					
ARGENT.	Crown, ou couronne de 5 schellings.	920	30 «	201 38	6 04	6 18
	Demi-couronne..............	920	14 98	201 38	3 02	3 09
	Schelling..................	920	5 95	201 38	1 20	1 24
	Nouvelle couronne, frappée en 1817.	920	28 22	201 38	5 68	5 81
	Écu de banque, dit dollar d'Angleterre..................	892	26 72	195 94	5 24	5 41
	Nota. Ces écus de banque ne sont autre chose que des piastres d'Espagne qui reçoivent une nouvelle empreinte en Angleterre, opération qui en altère légèrement le poids.					

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	ALLEMAGNE.		gr.	fr. c.	fr. c	fr c.
OR.	Double ducat de l'empereur	980	6 96	3365 76	23 43	23 70
	Ducat simple	980	3 45	3365 76	11 61	11 86
	Double ducat de Hongrie	984	6 96	3379 49	23 52	23 80
	Ducat simple	984	3 45	3379 49	11 66	11 90
	Lyons d'or, ou pièces de 14 florins de la Belgique, Brabant et Pays-Bas Autrichiens	917*	8 29	3149 39	26 11	26 47
	Souverains de Flandres et des Pays-Bas Autrichiens	915	5 52	3142 52	17 35	17 58
	Pistoles du Palatinat	898	6 64	3083 50	20 47	20 78
	Pistoles à l'étoile de Hesse-Cassel	892	6 69	3061 17	20 48	20 82
	Florins de 10 thalers de Brunswick-Wolfenbuttel, jusqu'en 1813 inclusivement, au cheval en course	901	13 33	3094 43	41 25	41 48
	Florins de 10 thalers, *id.*, *id.*, depuis 1813	886	13 30	3039 05	41 25	41 48
	Florins de 10 thalers de Brunswick-Wolfenbuttel-Hanovre, avec la valeur de la pièce	898	13 28	3083 50	40 95	41 48
	Albertus de Flandres et des Pays-Bas Autrichiens, à la croix de Saint-André	887	5 08	3042 72	15 46	16 18
	Florins ou carolins du Rhin et de Hesse-d'Armstadt	772	9 70	2635 98	25 57	25 91
	Florins de Hanovre	777	3 24	2653 32	8 60	8 78
	Florins, ou demi-maximiliens du Palatinat, de Bavière, et d'Anspach	767	3 21	2618 65	8 41	8 63
	Florins, ou tiers de carolins de convention, et de Bade-Dourlach	758	3 21	2587 49	8 31	8 63
ARGENT.	Fine silber de Westphalie, de Jérôme	995	13 30	217 79	2 90	» »
	Gros écu du Palatinat	983	25 92	215 17	5 58	5 78
	Gros écu de Nassau-Weilbourg	976	25 87	213 64	5 53	5 78
	Écu de Lubeck	733	27 41	156 49	4 29	4 58
	Nota. Quoique le tarif des monnaies ne porte ces pièces qu'au titre de 733, on obtient communément à l'essai celui de 743.					
	Écus vieux de Bareith	729	19 49	155 50	3 03	» »
	Risdale de constitution, frappée avant 1753, ou doubles-florins d'Autriche	872	28 74	189 82	5 46	5 78
	Écu, ou risdale d'espèce de convention de tous les cercles	833	28 05	180 23	5 06	5 20
	Demi-risdale ou florin	833	14 02	180 23	2 53	2 60

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	ALLEMAGNE (SUITE).		gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
ARGENT.	Ducatons de Liége	917	32 29	200 72	6 48	» »
	Lyons d'argent de la Belgique, Brabant, et Pays-Bas Autrichiens	870	32 83	189 33	6 21	6 39
	Florins d'argent, *id.*, *id*	870	9 30	189 33	1 76	1 83
	Ducatons de Marie-Thérèse, de Flandres, et des Pays-Bas Autrichiens	870	33 30	189 33	6 30	6 49
	Nota. Ces ducatons ne sont portés sur le tarif qu'à 858; mais ce titre ayant été reconnu trop faible, ces pièces sont reçues à 870, d'après une décision de l'administration générale des monnaies.					
	Écu de Brabant, kronen-thaler ou écu de Bavière, et Wurtemberg	870	29 60	189 63	5 61	5 75
	Vingt kreutzers	581	6 64	121 08	» 80	» 87
	Dix kreutzers	493	3 82	100 68	» 38	» 43
	DANEMARCK ET HOLSTEIN.					
OR.	Ducat courant, depuis 1767	871	3 08	2984 44	9 19	9 47
	Demi	871	1 50	2984 44	4 48	4 74
	Ducat species, 1791 à 1802	980	3 45	3365 76	11 61	11 86
	Chrétien, 1773	905*	6 69	3108 17	20 79	20 95
ARGENT.	Risdale d'espèce, ou double écu de 96 schellings, depuis 1776	875	29 »	190 57	5 53	5 66
	Nota. Le titre de ces pièces portées sur le tarif à 861, a été reconnu trop faible par l'administration des monnaies qui a arrêté qu'elles seraient reçues au titre de 875.					
	Risdale courante, ou pièce de 6 marcs, danske, de 1750	830	26 77	179 53	4 81	4 96
	Nota. Même remarque que la précédente à l'égard de ces pièces dont le titre a été porté de 823 à 830.					
	ESPAGNE.					
OR.	Quadruple-pistole, frappée avant 1772	909	26 98	3121 91	84 23	85 42
	Double-pistole, *id.*	909	13 49	3121 91	42 11	42 71
	Pistole, *id.*	909	6 75	3121 91	21 07	21 36
	Demi-pistole	909	3 35	3121 91	10 46	10 68
	Pistole du Pérou, dite *cornudo*	897	26 98	3079 77	83 09	» »

	ESPAGNE. (SUITE)	TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
			gr.	fr. c.	fr. c	fr. c.
OR.	Quadruple-pistole, 1772 à 1785....	893	26 98	3064 88	82 69	83 93
	Double-pistole, *id*..................	893	13 49	3064 88	41 35	41 97
	Pistole, *id*..........................	893	6 75	3064 88	20 69	20 98
	Demi-pistole........................	893	3 35	3064 88	10 27	10 49
	Un quart ou escudillo............	885	1 75	3035 38	5 31	5 36
	Nota. Les pièces d'or frappées depuis 1785, ne peuvent être évaluées à cause de leur grande variation dans le titre (1). Elles donnent communément à l'essai 872.					
ARGENT.	Piastre-vieille, avant 1772, aux deux écussons sans effigie......	906	26 98	198 31	5 35	5 51
	Demi-piastre.........................	906	13 49	198 31	2 68	2 76
	Cinquième de piastre ou piécette..	830	5 74	179 53	1 03	1 10
	Dixième de piastre ou demi-piécette.	830	2 87	179 53	» 52	» 55
	Vingtième de piastre ou réal......	830	1 49	179 53	» 27	» 28
	Piastre neuve à l'effigie depuis 1772.	896	26 98	196 12	5 29	5 43
	Nota. D'après l'arrêté du 24 prairial an XI, les piastres et demi-piastres ne sont point assujetties au droit d'affinage, mais cette disposition ne s'étend pas aux piécettes d'Espagne ni à leurs divisions.					
	Demi-piastre depuis 1772.........	896	13 39	196 12	2 62	2 72
	Piécette ou $\frac{1}{5}$ de piastre..........	808	5 74	174 20	1 »	1 08
	Demi-piécette ou $\frac{1}{10}$ de piastre.....	808	2 92	174 20	» 51	» 54
	Réalillo, ou réal de vellon, ou $\frac{1}{20}$ de piastre (2)......................	808	1 49	174 20	» 26	» 27

ÉTAT ECCLÉSIASTIQUE.

ROME.

OR.	Pistoles de Pie VI et de Pie VI....	906*	5 47	3111 61	17 02	17 28
	Demi................................	911*	2 66	3128 78	8 32	8 64

(1) Les personnes qui présenteront des quadruples à l'administration des monnaies, pourront les faire fondre en leur présence par le directeur, et le titre des lingots qui en proviendront, sera constaté par un des essayeurs des monnaies. Les propriétaires en feront ensuite la remise au change, et l'évaluation en sera faite d'après ce titre. Les frais de ces deux opérations seront à leur charge.

(2) Indépendamment des deux espèces de piastres désignées ci-dessus, et fabriquées en Espagne, il y en a d'autres fabriquées en Amérique qui sont aux mêmes titres et du même poids que les premières, avec cette seule différence que celles frappées avant 1772 ont deux globes sans effigie, et que celles fabriquées depuis 1772 ont deux colonnes avec effigie. Ces piastres dites *mexicaines* se divisent en demis, quarts, huitièmes, et seizièmes : ces divisions sont aux mêmes titres que les piastres mêmes, et leurs poids correspondent à très-peu-près aux fractions qu'elles indiquent.

	ÉTAT ECCLÉSIASTIQUE (SUITE).	TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre
			gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
OR.	Sequin, 1769, Clément XIV et ses successeurs......................	944	3 40	3242 12	11 02	11 80
	Demi................................	944	1 70	3242 12	5 51	5 90
	Nota. Quoique le tarif des monnaies ne porte les sequins, sans distinction de date, qu'à 944, cependant ceux que nous indiquons ici donnent communément à l'essai le titre de 996.					
	Écu d'or de la république romaine.	833*	58 96	2849 01	167 78	172 83
ARGENT.	Écu de 10 pauls de 100 bayoques..	906	26 45	198 31	5 25	5 39
	Demi................................	906	13 17	198 31	2 61	2 69
	Trois dixièmes d'écu, ou teston de 30 bayoques..................	906	7 90	198 31	1 57	1 62
	Un cinquième d'écu, ou papeto de 20 bayoques..................	906	5 21	198 31	1 03	1 08
	Un dixième d'écu, ou teston de 10 bayoques......................	906	2 65	198 31	» 52	» 54

BOLOGNE.

OR.	Doppia, ou pistole de Pie VI......	909*	5 52	3121 91	17 23	17 33
	Doppia nuova, ou pistole neuve...	913*	5 52	3135 65	17 31	17 42
	Zechino, ou sequin, frappé avant 1760..........................	996*	3 40	3420 71	11 63	11 80
ARGENT.	Scudo de la communauté de Bologne à la Vierge............	833*	29 10	180 23	5 24	5 45
	Teston, ditto....................	913*	7 92	199 85	1 58	» »

ÉTATS-UNIS D'AMÉRIQUE.

OR.	Double-aigle de dix dollars........	913*	17 48	3135 65	54 81	55 21
	Aigle de 5 dollars................	913*	8 71	3135 65	27 31	27 61
	Demi-aigle, ou 2 1/2 dollars.....	911*	4 36	3128 78	13 64	13 80
ARGENT.	Dollar de 1795....................	875*	26 93	190 57	5 13	5 50
	Demi, *id*........................	875*	6 80	195 94	1 33	1 38
	Dollar de 1795, autre fabrication..	885*	26 93	193 11	5 20	5 50
	Demi, *id*........................	903*	13 44	190 57	2 56	2 75
	Un quart, de 1796	896*	13 44	197 66	2 66	2 76
	Dollar de 1798, autre fabrication...	896*	27 09	195 94	5 31	5 50
	Demi, *id*........................	889*	13 49	194 13	2 62	2 75

GÊNES.

OR.	Sequin..............................	995	3 45	3417 27	11 79	12 01

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	GÊNES (SUITE).		gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
OR.	Génovine ancienne de 100 liv., depuis 1758 inclusivement	906*	28 15	3111 61	87 59	88 97
	Génovine neuve de 96 liv., depuis 1781 inclusivement	909*	25 18	3121 91	78 61	79 77
ARGENT.	Écu de banque de saint Jean-Baptiste, ancien	910	20 77	199 19	4 14	4 17
	Madonine, depuis 1747 inclusivement	826	4 51	178 53	» 81	» 85
	Géorgine	858	5 80	186 33	1 08	1 09
	Écu neuf de saint Jean-Baptiste, de 8 liv., depuis 1792	889*	33 25	194 13	6 45	6 58
	GENÈVE.					
OR.	Pistoles neuves	913	5 41	3135 65	16 96	17 14
	Nota. Quoique le tarif des monnaies porte les pistoles de Genève, sans distinction de date, au titre de 913, la vieille pistole, au double-aigle couronné, ne donne communément à l'essai que le titre de 896. Comme elle pèse 6 gr.,69, elle ne vaut réellement que 20 fr. 58 c., tandis que la monnaie la paie 20 fr. 98 c.					
ARGENT.	Patagons	840	27 04	181 95	4 92	» »
	HAMBOURG.					
OR.	Ducat *ad legem imperii*	978	3 45	3358 89	11 59	11 86
	Ducat de Hambourg	980	3 45	3365 76	11 61	11 86
	Nota. Il y a plusieurs espèces de ducats à Hambourg, mais qui sont tous au même titre et du même poids que le ducat de l'empereur.					
ARGENT.	Pièce du siége de Hambourg	968	14 16	211 88	3 »	» »
	Nota. Quoique ces pièces aient été fabriquées en 1813 et 1814, elles portent néanmoins le millésime de 1809. Il en a été frappé pour environ six millions.					
	Risdale de banque	875	29 21	190 57	5 57	5 78

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	HOLLANDE.		gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
OR.	Ducat	978	3 45	3358 89	11 59	11 93
	Ryder	913	9 93	3135 65	31 14	31 65
	Demi	913	4 95	3135 65	15 52	15 83
	Vingt florins du roi Louis (1808)	913	13 65	3135 65	42 80	43 14
	Dix florins, *id.*	913	6 80	3135 65	21 32	21 57
ARGENT.	Florin de 20 sous	907	10 52	198 53	2 09	2 16
	Escalin, ou pièce de 6 sous	573*	4 90	119 21	» 58	» 64
	Ducaton, ou ryder	935*	32 50	204 66	6 65	6 85
	Ducat, ou risdale	858	28 10	186 33	5 24	5 48
	JAPON.					
	(Par approximation, n'ayant pas de renseignement précis sur le droit de poids et de titre.)					
OR.	Kobang vieux, de 100 mas	850*	17 60	2909 20	51 20	51 24
	Demi Kobang de 50 mas	850*	8 60	2909 20	25 02	25 62
	Kobang nouveau	730*	13 »	2490 80	32 38	32 69
	Demi	730*	6 50	2490 80	16 19	16 35
ARGENT.	Tigo-gin, ou pièce de 40 mas	900*	72 »	197 »	14 18	14 40
	Demi de 20 mas	900*	36 »	197 »	7 09	7 20
	Un quart de 10 mas	900*	18 »	197 »	3 54	3 60
	Un huitième de 5 mas	450*	16 50	90 77	1 50	1 80
	MALTE.					
OR.	Louis d'or d'Emmanuel de Rohan, grand-maître	840*	8 40	2873 73	24 14	24 79
ARGENT.	Écus	830	12 11	179 53	2 17	» »
	MOGOL.					
	(Par approximation, comme le Japon.)					
OR.	Roupie du Mogol	908	12 32	3118 48	38 42	38 72
	Demi	908	6 16	3118 48	19 21	19 36
	Un quart	908	3 05	3118 48	9 51	9 68
	Nota. Quoique le tarif des monnaies ne porte ces pièces qu'à 908, on obtient communément à l'essai le titre de 970					

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	MOGOL (SUITE).		gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c
OR.	Pagode au croissant............	809	3 35	2764 76	9 26	9 46
	— à l'étoile...............	798	3 35	2726 36	9 13	9 35
	Ducat de la comp^e. hollandaise....	978*	3 45	3358 89	11 59	11 62
	Demi.....................	978*	1 70	3358 89	5 71	5 81
ARGENT.	Roupie du Mogol..............	948	11 47	207 51	2 38	2 42
	— de Madras............	944	11 45	206 63	2 37	2 40
	— d'Arcate.............	941	11 45	205 97	2 36	2 36
	— de Pondichéri........	951	11 45	208 16	2 38	2 42
	Double-fanon des Indes..........	940*	3 »	205 76	» 62	» 63
	Fanon des Indes...............	940*	1 50	205 76	» 31	» 32
	Pièce de la comp^e. hollandaise.....	830*	13 »	179 53	2 33	2 40
	MILAN.					
OR.	Sequin.......................	990*	3 45	3400 10	11 73	12 04
	Doppia, ou pistole de Marie-Thérèse...........	908*	6 32	3118 48	19 71	» »
	Idem, de Joseph II...........	905*	6 32	3108 17	19 64	19 87
ARGENT.	Scudo *de lire sei*, ou écu de 6 liv...	896*	23 11	195 94	4 53	4 64
	Demi......................	896*	11 53	195 94	2 26	2 32
	Lire nouvelle................	549*	6 21	113 60	» 71	» 77
	Pièce de 30 *soldi* de l'empereur François II, et de la république Cisalpine...........	684*	7 33	145 01	1 06	1 12
	Scudo, ou écu de la république Cisalpine............	896*	23 16	175 94	4 53	4 64
	NAPLES ET SICILE.					
OR.	Pistole de 6 ducats de don Carlos..	871	8 76	2984 44	26 14	26 58
	Idem, de 4 *id*...............	871	5 90	2984 44	17 61	17 72
	Idem, de 6 ducats de Ferdinand IV.	871	8 82	2984 44	26 32	26 58
	Idem, de 4 *id*...............	871	5 90	2984 44	17 61	17 72
	Idem, de 2 *id*...............	871	2 87	2984 44	8 57	8 86
	Nota. Ces pièces offrent beaucoup de variation dans les titres et les poids. Elles sont généralement au-dessous du titre que le tarif indique.					
	Double once de Sicile..........	840	8 87	2873 73	25 49	26 85
	Once, *id*..................	840	4 41	2873 73	12 67	13 43
	Ducat vieux de Naples, de Charles VI.	899	21 78	196 73	4 28	4 26
	Ducat neuf, de Ferdinand VI......	899	22 73	196 73	4 47	4 26
	Nota. Le tarif des monnaies admet les ducats neufs et vieux au même titre. Cependant les premiers ne sont qu'au titre de 840.					

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	NAPLES ET SICILE (SUITE).		gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
ARGENT.	Pièce de 12 carlins d'Italie, vieille..	882	» »	192 35	» »	» »
	Nota. Le poids de ces pièces varie de 24 gr., 86 à 25 gr., 39.					
	Idem, neuve, depuis 1786........	833*	27 51	180 23	4 96	4 97
	Écu d'argent de 12 tarins de Ferdinand IV..............	823	27 30	177 83	4 86	5 10
	PARME.					
OR.	Double pistole vieille, de Plaisance.	905*	13 17	3108 17	40 93	41 89
	Sequin......................	990*	3 45	3400 10	11 73	11 95
	Pistole avant 1786............	880*	7 40	3017 10	22 33	23 01
	Pistole depuis 1786............	880*	7 10	3017 10	21 42	21 92
ARGENT.	Ducat de 1784 et 1796..........	896*	25 65	195 94	5 03	5 18
	Pièce de 3 liv. depuis 1790.......	826*	3 51	178 53	» 63	» 68
	Nota. Le titre du ducat de 1784, n'est pas aussi certain que celui de 1796.					
	PERSE.					
	(Par approximation, comme le Japon.)					
OR.	Roupie......................	970*	11 »	3331 41	36 64	36 75
	Demi......................	970*	5 50	3331 41	18 32	18 38
ARGENT.	Double roupie de 5 abassis.......	970*	22 90	212 32	4 87	4 90
	Roupie de 2 1/2 abassis.........	970*	11 45	212 32	2 43	2 45
	Abassi.....................	970*	4 50	212 32	» 96	» 97
	Marmondi..................	970*	2 25	212 32	» 48	» 49
	Larin......................	970*	4 80	212 32	1 02	1 03
	PORTUGAL.					
OR.	Moëda, douro, de 4,800 rées.....	914	10 73	3139 08	33 68	33 96
	Demi, de 2,400 rées...........	914	5 36	3139 08	16 83	16 98
	Quart, *id.*, de 1,200 rées.......	914	2 60	3139 08	8 16	8 49
	Meia dobra, lisbonine ou portugaise de 6,400 rées..............	914	14 29	3139 08	44 85	45 27
	Demi, *id.*, de 3,200...........	914	7 12	3139 08	22 35	22 64
	Pièce de 16 testons de 1,600 rées..	914	3 55	3139 08	11 14	11 32
	— de 12 testons de 1,200 rées..	914	2 60	3139 08	8 16	8 02
	— de 8 testons de 800 rées....	914	1 75	3139 08	5 49	5 66

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	PORTUGAL (SUITE).		gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
OR.	Creuzade de 480 rées	914	1 05	3139 08	3 30	3 30
ARGENT.	Creuzade neuve de 480 rées	896	14 61	195 94	2 86	2 98
	PRUSSE.					
OR.	Frédérick double de 1769	897	13 33	3079 77	41 05	41 61
	Frédérick simple de 1778	897	6 69	3079 77	20 60	20 80
	Demi	897	3 35	3079 77	10 32	10 40
	Frédérick simple de 1798	897	6 64	3079 77	20 45	» »
	Nota. Les frédéricks, fabriqués en 1800, sont au même titre et du même poids que ceux fabriqués en 1769 et en 1778.					
	Ducat	978	3 45	3358 89	11 59	11 77
ARGENT.	Écu, ou risdale de Prusse de 24 bons gros	743	22 20	158 83	3 53	3 72
	Demi, ou 12 bons gros	743	11 10	158 83	1 76	1 86
	Risdale d'espèce ou de convention	830*	28 05	179 53	5 04	5 20
	RAGUSE.					
OR.	Néant	»	» »	» »	» »	» »
ARGENT.	Talaro vieux, dit ragusine	583*	28 47	121 53	3 46	3 90
	Demi, *id.*	588*	14 50	122 65	1 78	1 95
	Talaro nouveau de 1774	576*	28 52	119 88	3 42	3 92
	Autre de 1794	597*	29 11	124 75	3 63	3 92
	Ducat	461*	13 60	93 31	1 27	1 37
	RUSSIE.					
OR.	Ducat à l'aigle déployée de Russie	973	3 45	3341 71	11 53	11 79
	Ducat à la croix de Saint-André	965	3 40	3314 24	11 27	11 59
	Ducat, ou pièce de 5 roubles, papier-monnaie	973*	4 30	3341 71	14 37	» »
	Impériale de 10 roubles, 1756	915	16 41	3142 52	51 57	52 38
	Demi, de 5 roubles, de 1756	915	8 18	3142 52	25 71	26 19
	Impériale de 10 roubles, de 1762	915	13 07	3142 52	41 07	41 29
	Demi, de 5 roubles, de 1763	915	6 53	3142 52	20 52	20 65
ARGENT.	Rouble de 100 coppecks, de 1750 à 1762	788	25 50	169 43	4 33	4 61

		TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
	RUSSIE (SUITE).		gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
ARGENT	Rouble de 100 coppecks, depuis 1798	870	20 93	189 33	3 96	4 08
	Nota. Ces roubles ne sont portés sur le tarif qu'à 788, comme les précédents; mais ce titre ayant été reconnu trop faible, ces pièces sont reçues à celui de 870, d'après une décision de l'administration générale des monnaies.					
	SARDAIGNE.					
OR.	Carlin, depuis 1768	890*	16 04	3053 78	48 98	49 33
	Demi	890*	8 02	3053 78	24 49	24 67
	Pistole, doppietta ou doublette	890*	3 19	3053 78	9 74	9 88
ARGENT.	Écu, depuis 1768	896*	23 48	195 94	4 60	4 70
	Demi-écu	899*	11 74	196 73	2 31	2 35
	Quart-d'écu	896*	5 84	195 94	1 14	1 18
	SAVOIE ET PIÉMONT.					
OR.	Sequin à l'annonciade	986	3 45	3386 36	11 68	11 95
	Pistoles vieilles, de Piémont	892	6 64	3061 17	20 33	» »
	Pistoles neuves de Charles Emmanuel III, depuis 1755, et de Victor-Amédée, de 1773	902	9 61	3097 87	29 77	30 02
	Pistoles neuves de Victor-Amédée III, de 1786, et du règne de Charles-Emmanuel IV	902	9 08	3097 87	28 13	28 46
	Carlin de Charles-Emmanuel III	902	48 12	3097 87	149 07	150 »
	Carlin de Victor-Amédée III	902	45 52	3097 87	141 02	142 30
	Demi, *idem*	902	22 73	3097 87	70 41	71 15
ARGENT.	Écu de 6 livres, depuis 1755	903	35 10	197 66	6 94	7 07
	Demi-écu	903	17 50	197 66	3 46	3 56
	Un quart, ou 30 sous	903	8 76	197 66	1 73	1 76
	Demi-quart, ou 15 sous	903	4 30	197 66	» 85	» 88
	SAXE.					
	Voyez ALLEMAGNE, attendu que c'est le même système monétaire que l'on suit en Saxe.					
	SUÈDE.					
OR.	Ducat	975	3 45	3348 58	11 55	11 70

	SUÈDE (suite).	TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
			gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
Or.	Demi-ducat	975	1 70	3348 58	5 69	5 85
	Un quart	975	0 85	3348 58	2 84	2 93
Argent.	Risdale d'espèce de 48 escalins, ou schellings de 1720 à 1802	899	29 30	196 73	5 76	5 76
	Deux tiers risdale, ou double plotte de 32 schellings	899	19 50	196 73	3 84	3 84
	Un tiers, ou 16 schellings	899	9 70	196 73	2 91	2 92
	Nota. Quoique le tarif des monnaies porte ces trois pièces à 899, cependant elles ne sont fabriquées qu'au titre de 878. Elles donnent communément à l'essai celui de 875.					
	SUISSE.					
Or.	Pièce de 32 francken suisse	901*	15 24	3094 43	47 16	47 42
	Pièce de 16	901*	7 60	3094 43	23 52	23 71
	Double ducat de Zurich	974*	6 91	3345 15	23 11	» »
	Ducat de Berne	974*	3 45	3345 15	11 54	» »
	Pistole neuve de Berne	901*	7 60	3094 43	23 52	23 71
Argent.	Pièce de 40 batz, ou écu, depuis 1797, république helvétique	899*	29 48	196 73	5 80	6 »
	Pièce de 20 batz, ou demi-écu, depuis 1797, république helvétique	899*	14 71	196 73	2 89	3 »
	Pièce de 4 francken, ou écu de 1799, république helvétique	899*	29 48	196 73	5 80	6 »
	Pièce de 4 franchen, de 1801, *id.*	896*	29 48	195 94	5 78	6 »
	Double écu de Bâle d'ancienne fabrication	868*	57 47	188 81	10 85	12 »
	Écu, *id.*, *id.*	865*	28 26	188 07	5 31	6 »
	Demi-écu ou florin, *id.*	868*	14 08	188 8[illegible]	2 66	3 »
	Écu neuf de Bâle	840*	25 81	181 95	4 70	» »
	TOSCANE.					
Or.	Ruspone, ou 3 sequins aux lys	993	10 40	3410 40	35 43	36 04
	Un tiers ruspone, ou sequin aux lys	993	3 45	3410 40	11 75	12 02
	Demi-sequin	993	1 70	3410 40	5 79	6 »
	Sequin à l'effigie	991	3 45	3403 53	11 74	12 02
	Pistole	913	13 38	3135 65	41 95	» »
	Rosine	892	6 85	3061 17	20 97	21 54
	Demi	892	3 45	3061 17	10 56	10 77
Argent.	Francescone de 10 pauls, livoursine, piastre à la rose, talaro, léopoldine, et écu de 10 pauls	906	27 30	198 31	5 41	5 61

	TOSCANE (suite).	TITRE de chaque pièce.	POIDS de chaque pièce.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogram.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. de la pièce.	VALEUR de la pièce droite de poids et de titre.
			gr.	fr. c.	fr. c.	fr. c.
Argent.	Pièce de 5 pauls	906	13 65	198 31	2 71	2 81
	TURQUIE. (Par approximation, comme le Japon.)					
Or.	Sequin zermahbould du sultan Abdoul-Hamet, de 1187 (1773)	958*	4 94	3290 20	16 26	8 72
	Sequin fondoukli de Selim III, de 1203 (1788 et 1789)	799*	3 45	2729 84	9 42	9 80
	Demi, *id.*	805*	1 65	2750 78	4 54	4 90
	Sequin du Caire, *id.*	682*	2 55	2325 67	5 93	» »
	Sequin de zerm. de Selim III	819	2 34	2799 78	6 55	» »
	Sequin foundoukli	996	» «	3420 71	» »	» »
Argent.	L'altmichlec de 60 paras d'Abdoul-Hamet, depuis 1771	552*	26 77	114 36	3 06	» «
	Grouch, piastre de 40 paras, ou 120 aspres, *id.*	556*	18 64	115 24	2 15	» »
	Piastre de 40 paras de Selim III	486*	13 17	99 04	30	» »
	VENISE.					
Or.	Sequin	996	3 45	3420 71	11 80	12 »
	Demi	996	1 70	3420 71	5 81	6 »
	Oselle	996	13 97	3420 71	47 78	» »
	Ducat	996	2 18	3420 71	7 46	7 49
	Pistole	908*	6 75	3118 48	21 05	21 36
Argent.	Ducat effectif de 8 livres piccolis	813	22 63	175 43	3 97	4 18
	Nota. Quoique le tarif des monnaies ne porte ces pièces qu'à 813, on obtient communément à l'essai, le titre de 830.					
	Écu à la croix	947*	31 39	207 29	6 51	6 70
	Justine, ou Ducaton	948*	27 50	207 51	5 71	5 91
	Talaro	830*	28 68	179 53	5 21	5 32
	Oselle	948*	9 77	207 51	2 03	2 07

TABLEAU B

Indiquant la valeur du kilogramme des matières d'or et d'argent, d'après leur titre, et déduction faite des frais de fabrication et d'affinage.

TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.
	fr. c.	fr. c.		f. c.	fr. c.		fr. c.	fr. c.
1000	3434 44	218 89	967	3321 11	211 67	934	3207 77	204 44
999	3431 01	218 67	966	3317 67	211 45	933	3204 34	204 22
998	3427 58	218 45	965	3314 24	211 23	932	3200 90	204 »
997	3424 14	218 23	964	3310 80	211 01	931	3197 47	203 79
996	3420 71	218 01	963	3307 37	210 79	930	3194 03	203 57
995	3417 27	217 79	962	3303 94	210 57	929	3190 60	203 35
994	3413 84	217 58	961	3300 50	210 35	928	3187 16	203 13
993	3410 40	217 36	960	3297 07	210 13	927	3183 73	202 91
992	3406 97	217 14	959	3293 63	209 91	926	3180 30	202 69
991	3403 53	216 92	958	3290 20	209 70	925	3176 86	202 47
990	3400 10	216 70	957	3286 76	209 48	924	3173 43	202 25
989	3396 67	216 48	956	3283 33	209 26	923	3169 99	202 03
988	3393 23	216 26	955	3279 89	209 04	922	3166 56	201 82
987	3389 80	216 04	954	3276 46	208 82	921	3163 12	201 60
986	3386 36	215 82	953	3273 03	208 60	920	3159 69	201 38
985	3382 93	215 61	952	3269 59	208 38	919	3156 25	201 16
984	3379 49	215 39	951	3266 16	208 16	918	3152 82	200 94
983	3376 06	215 17	950	3262 72	207 94	917	3149 39	200 72
982	3372 62	214 95	949	3259 29	207 73	916	3145 95	200 50
981	3369 19	214 73	948	3255 85	207 51	915	3142 52	200 28
980	3365 76	214 51	947	3252 42	207 29	914	3139 08	200 06
979	3362 32	214 29	946	3248 98	207 07	913	3135 65	199 85
978	3358 89	214 07	945	3245 55	206 85	912	3132 21	199 63
977	3355 45	213 85	944	3242 12	206 63	911	3128 78	199 41
976	3352 02	213 64	943	3238 68	206 41	910	3125 34	199 19
975	3348 58	213 42	942	3235 25	206 19	909	3121 91	198 97
974	3345 15	213 20	941	3231 81	205 97	908	3118 48	198 75
973	3341 71	212 98	940	3228 38	205 76	907	3115 04	198 53
972	3338 28	212 76	939	3224 94	205 54	906	3111 61	198 31
971	3334 85	212 54	938	3221 51	205 32	905	3108 17	198 09
970	3331 41	212 32	937	3218 07	205 10	904	3104 74	197 88
969	3327 98	212 10	936	3214 64	204 88	903	3101 30	197 66
968	3324 54	211 88	935	3211 21	204 66	902	3097 87	197 44

TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.
	fr. c.	fr. c.		fr. c.	fr. c.		fr. c.	fr. c.
934	3207 77	204 44	890	3053 78	194 40	846	2894 99	183 39
933	3204 34	204 22	889	3050 09	194 13	845	2891 45	183 15
932	3200 90	204 »	888	3046 41	193 87	844	2887 90	182 91
931	3197 47	203 79	887	3042 72	193 61	843	2884 36	182 66
930	3194 03	203 57	886	3039 05	193 37	842	2880 81	182 42
929	3190 60	203 35	885	3035 38	193 11	841	2877 27	182 19
928	3187 16	203 13	884	3031 71	192 86	840	2873 73	181 95
927	3183 73	202 91	883	3028 05	192 60	839	2870 20	181 67
926	3180 30	202 69	882	3024 40	192 35	838	2866 66	181 43
925	3176 86	202 47	881	3020 75	192 09	837	2863 13	181 19
924	3173 43	202 25	880	3017 10	191 84	836	2859 60	180 95
923	3169 99	202 03	879	3013 45	191 57	835	2856 06	180 71
922	3166 56	201 82	878	3009 81	191 32	834	2852 54	180 47
921	3163 12	201 60	877	3006 18	191 08	833	2849 01	180 23
920	3159 69	201 38	876	3002 54	190 82	832	2845 49	180 01
919	3156 25	201 16	875	2998 92	190 57	831	2841 96	179 77
918	3152 82	200 94	874	2995 28	190 32	830	2838 44	179 53
917	3149 39	200 72	873	2991 67	190 07	829	2834 91	179 25
916	3145 95	200 50	872	2988 06	189 82	828	2831 40	179 01
915	3142 52	200 28	871	2984 44	189 58	827	2827 88	178 77
914	3139 08	200 06	870	2980 83	189 33	826	2824 36	178 53
913	3135 65	199 85	869	2977 22	189 05	825	2820 85	178 29
912	3132 21	199 63	868	2973 62	188 81	824	2817 33	178 06
911	3128 78	199 41	867	2970 01	188 57	823	2813 82	177 83
910	3125 34	199 19	866	2966 42	188 32	822	2810 30	177 59
909	3121 91	198 97	865	2962 82	188 07	821	2806 80	177 36
908	3118 48	198 75	864	2959 23	187 83	820	2803 28	177 12
907	3115 04	198 53	863	2955 64	187 58	819	2799 78	176 83
906	3111 61	198 31	862	2952 05	187 33	818	2796 27	176 60
905	3108 17	198 09	861	2948 47	187 09	817	2792 76	176 36
904	3104 74	197 88	860	2944 88	186 84	816	2789 26	176 12
903	3101 30	197 66	859	2941 31	186 58	815	2785 76	175 89
902	3097 87	197 44	858	2937 73	186 33	814	2782 26	175 66
901	3094 43	197 22	857	2934 16	186 09	813	2778 75	175 43
900	3091 »	197 »	856	2930 58	185 84	812	2775 26	175 19
899	3087 25	196 73	855	2927 02	185 60	811	2771 75	174 96
898	3083 50	196 47	854	2923 45	185 35	810	2768 26	174 72
897	3079 77	196 21	853	2919 88	185 11	809	2764 76	174 43
896	3076 03	195 94	852	2916 32	184 87	808	2761 26	174 20
895	3072 31	195 69	851	2912 76	184 63	807	2757 77	173 96
894	3068 59	195 43	850	2909 20	184 39	806	2754 27	173 73
893	3064 88	195 17	849	2905 64	184 11	805	2750 78	173 50
892	3061 17	194 91	848	2902 09	183 87	804	2747 29	173 27
891	3057 47	194 65	847	2898 54	183 63	803	2743 80	173 03

TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or. fr. c.	du kilogr^e. d'argent. fr. c.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or. fr. c.	du kilogr^e. d'argent. fr. c.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or. fr. c.	du kilogr^e. d'argent. fr. c.
802	2740 31	172 80	758	2587 49	162 33	714	2435 68	152 03
801	2736 82	172 57	757	2584 03	162 10	713	2432 24	151 80
800	2733 34	172 33	756	2580 58	161 87	712	2428 80	151 57
799	2729 84	172 04	755	2577 12	161 64	711	2425 36	151 34
798	2726 36	171 81	754	2573 66	161 41	710	2421 92	151 11
797	2722 87	171 57	753	2570 21	161 18	709	2418 47	150 81
796	2719 39	171 35	752	2566 74	160 95	708	2415 04	150 59
795	2715 90	171 12	751	2563 29	160 73	707	2411 59	150 36
794	2712 42	170 88	750	2559 83	160 50	706	2408 15	150 14
793	2708 94	170 65	749	2556 38	160 21	705	2404 71	149 91
792	2705 46	170 42	748	2552 92	159 98	704	2401 27	149 69
791	2701 98	170 18	747	2549 47	159 75	703	2397 83	149 46
790	2698 50	169 95	746	2546 02	159 52	702	2394 40	149 23
789	2695 02	169 66	745	2542 56	159 29	701	2390 96	149 »
788	2691 54	169 43	744	2539 11	159 06	700	2387 52	148 78
787	2688 06	169 20	743	2535 65	158 83	699	2384 08	148 47
786	2684 58	168 97	742	2532 20	158 61	698	2380 64	148 25
785	2681 11	168 74	741	2528 75	158 38	697	2377 21	148 03
784	2677 63	168 51	740	2525 30	158 15	696	2373 76	147 80
783	2674 16	168 27	739	2521 84	157 85	695	2370 33	147 57
782	2670 69	168 04	738	2518 40	157 62	694	2366 89	147 35
781	2667 21	167 81	737	2514 95	157 39	693	2363 46	147 12
780	2663 74	167 58	736	2511 49	157 17	692	2360 02	146 89
779	2660 26	167 29	735	2508 05	156 94	691	2356 58	146 67
778	2656 80	167 06	734	2504 59	156 71	690	2353 15	146 44
777	2653 32	166 83	733	2501 15	156 49	689	2349 71	146 14
776	2649 86	166 60	732	2497 69	156 26	688	2346 28	145 92
775	2646 38	166 37	731	2494 25	156 03	687	2342 84	145 69
774	2642 92	166 14	730	2490 80	155 80	686	2339 41	145 46
773	2639 45	165 91	729	2487 35	155 50	685	2335 97	145 24
772	2635 98	165 67	728	2483 91	155 27	684	2332 54	145 01
771	2632 52	165 44	727	2480 46	155 05	683	2329 11	144 78
770	2629 05	165 21	726	2477 02	154 82	682	2325 67	144 56
769	2625 58	164 93	725	2473 57	154 59	681	2322 24	144 33
768	2622 11	164 70	724	2470 12	154 37	680	2318 80	144 10
767	2618 65	164 47	723	2466 67	154 14	679	2315 37	143 81
766	2615 18	164 23	722	2463 23	153 91	678	2311 93	143 58
765	2611 72	164 »	721	2459 78	153 69	677	2308 50	143 36
764	2608 26	163 77	720	2456 34	153 46	676	2305 06	143 13
763	2604 80	163 54	719	2452 90	153 16	675	2301 63	142 90
762	2601 34	163 31	718	2449 45	152 93	674	2298 21	142 68
761	2597 87	163 08	717	2446 01	152 70	673	2294 77	142 45
760	2594 42	162 86	716	2442 57	152 47	672	2291 34	142 22
759	2590 95	162 56	715	2439 13	152 25	671	2287 90	142 »

TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or. fr. c.	du kilogr^e. d'argent. fr. c.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or. fr. c.	du kilogr^e. d'argent. fr. c.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or. fr. c.	du kilogr^e. d'argent. fr. c.
670	2284 48	141 78	626	2133 65	131 48	582	1983 11	121 30
669	2281 04	141 48	625	2130 23	131 27	581	1979 68	121 08
668	2277 61	141 25	624	2126 80	131 04	580	1976 27	120 86
667	2274 18	141 02	623	2123 38	130 82	579	1972 84	120 56
666	2270 75	140 80	622	2119 96	130 59	578	1969 43	120 33
665	2267 32	140 57	621	2116 54	130 37	577	1966 »	120 11
664	2263 89	140 35	620	2113 12	130 14	576	1962 59	119 88
663	2260 46	140 12	619	2109 69	129 84	575	1959 17	119 66
662	2257 03	139 89	618	2106 27	129 61	574	1955 75	119 43
661	2253 60	139 68	617	2102 84	129 39	573	1952 34	119 21
660	2250 17	139 85	616	2099 42	129 17	572	1948 91	118 98
659	2246 74	139 15	615	2095 99	128 94	571	1945 50	118 77
658	2243 31	138 92	614	2092 57	128 72	570	1942 08	118 54
657	2239 88	138 69	613	2089 15	128 49	569	1938 66	118 24
656	2236 45	138 47	612	2085 73	128 27	568	1935 24	118 01
655	2233 02	138 24	611	2082 31	128 04	567	1931 83	117 79
654	2229 60	138 01	610	2078 88	127 82	566	1928 41	117 56
653	2226 16	137 79	609	2075 46	127 51	565	1924 99	117 34
652	2222 74	137 57	608	2072 04	127 29	564	1921 58	117 11
651	2219 31	137 35	607	2068 62	127 07	563	1918 15	116 89
650	2215 88	137 12	606	2065 19	126 85	562	1914 74	116 67
649	2212 45	136 82	605	2061 77	126 62	561	1911 32	116 45
648	2209 03	136 59	604	2058 35	126 40	560	1907 90	116 23
647	2205 60	136 36	603	2054 93	126 17	559	1904 48	115 92
646	2202 17	136 14	602	2051 51	125 95	558	1901 07	115 69
645	2198 75	135 91	601	2048 09	125 72	557	1897 66	115 47
644	2195 31	135 69	600	2044 67	125 50	556	1894 23	115 24
643	2191 89	135 47	599	2041 24	125 19	555	1890 82	115 02
642	2188 46	135 24	598	2037 83	124 97	554	1887 40	114 79
641	2185 04	135 02	597	2034 40	124 75	553	1883 99	114 58
640	2181 61	134 79	596	2030 98	124 52	552	1880 56	114 36
639	2178 18	134 49	595	2027 56	124 30	551	1877 15	114 13
638	2174 76	134 26	594	2024 14	124 07	550	1873 73	113 91
637	2171 33	134 04	593	2020 72	123 85	549	1870 32	113 60
636	2167 91	133 81	592	2017 30	123 62	548	1866 91	113 37
635	2164 48	133 59	591	2013 88	123 40	547	1863 48	113 15
634	2161 06	133 37	590	2010 46	123 18	546	1860 07	112 93
633	2157 63	133 14	589	2007 04	122 88	545	1856 65	112 70
632	2154 21	132 92	588	2003 62	122 65	544	1853 24	112 49
631	2150 78	132 69	587	2000 20	122 43	543	1849 82	112 26
630	2147 35	132 47	586	1996 78	122 20	542	1846 41	112 04
629	2143 93	132 16	585	1993 36	121 98	541	1842 99	111 82
628	2140 50	131 94	584	1989 95	121 75	540	1839 57	111 59
627	2137 08	131 71	583	1986 52	121 53	539	1836 16	111 28

TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.	TITRE des matières.	VALEUR déduction faite des frais de fabrication et d'affinage. du kilogr^e. d'or.	du kilogr^e. d'argent.
	fr. c.	fr. c.		fr. c.	fr. c.		fr. c.	fr. c
538	1832 74	111 06	525	1788 34	108 08	512	1743 97	105 09
537	1829 33	110 83	524	1784 93	107 85	511	1740 55	104 87
536	1825 91	110 61	523	1781 51	107 63	510	1737 14	104 64
535	1822 50	110 39	522	1778 10	107 41	509	1733 72	104 33
534	1819 08	110 17	521	1774 69	107 18	508	1730 31	104 12
533	1815 67	109 95	520	1771 27	106 96	507	1726 89	103 89
532	1812 25	109 72	519	1767 86	106 64	506	1723 48	103 67
531	1808 84	109 50	518	1764 44	106 42	505	1720 06	103 45
530	1805 42	109 27	517	1761 03	106 21	504	1716 65	103 22
529	1802 »	108 96	516	1757 61	105 99	503	1713 24	103 »
528	1798 59	108 74	515	1754 20	105 76	502	1709 83	102 78
527	1795 17	108 52	514	1750 78	105 54	501	1706 42	102 55
526	1791 76	108 30	513	1747 38	105 31	500	1703 »	102 33

TABLEAU C *indiquant la concordance des Calendriers Français et Grégorien.*

Le Calendrier Français a commencé le 22 septembre 1792, époque de la fondation de la république, mais il n'a été décrété que le 4 frimaire de l'an II (24 novembre 1793), et il servit, deux jours après, à dater les actes publics : il a été suivi jusqu'au 10 nivose an XIV (31 décembre 1805). Depuis cette époque on a repris le Calendrier Grégorien. Ainsi le Calendrier Français a été en usage pendant 12 ans 1 mois 6 jours : comme on a souvent besoin dans le commerce de savoir à quelle époque du Calendrier Grégorien correspond une époque donnée du Calendrier Français, nous croyons faire une chose utile de donner une Table de concordance pour ces deux Calendriers.

Nota. J'ai extrait ce tableau de l'Almanach du Commerce de 1820. Mais j'ai eu soin avant tout de le vérifier d'un bout à l'autre, et d'y corriger de nombreuses erreurs.

	An II. 1793—1794.	An III. 1794—1795.	An IV. 1795—1796.	An V. 1796—1797.	An VI. 1797—1798.	An VII. 1798—1799.	An VIII. 1799—1800.
1 Vendém.	22 Sept. 1793.	22 Sept. 1794.	23 Sept. 1795.	22 Sept. 1796.	22 Sept. 1797.	22 Sept. 1798.	23 Sept. 1799.
15	6 Octob. id.	6 Octob. id.	7 Octob. id.	6 Octob. id.	6 Octob. id.	6 Octob. id.	7 Octob. id.
1 Brumaire.	22 Octob. id.	22 Octob. id.	23 Octob. id.	22 Octob. id.	22 Octob. id.	22 Octob. id.	23 Octob. id.
15	5 Nov. id.	5 Nov. id.	6 Nov. id.	5 Nov. id.	5 Nov. id.	5 Nov. id.	6 Nov. id.
1 Frimaire.	21 Nov. id.	21 Nov. id.	22 Nov. id.	21 Nov. id.	21 Nov. id.	21 Nov. id.	22 Nov. id.
15	5 Déc. id.	5 Déc. id.	6 Déc. id.	5 Déc. id.	5 Déc. id.	5 Déc. id.	6 Déc. id.
1 Nivose.	21 Déc. id.	21 Déc. id.	22 Déc. id.	21 Déc. id.	21 Déc. id.	21 Déc. id.	22 Déc. id.
15	4 Janv. 1794.	4 Janv. 1795.	5 Janv. 1796.	4 Janv. 1797.	4 Janv. 1798.	4 Janv. 1799.	5 Janv. 1800.
1 Pluviose.	20 Janv. id.	20 Janv. id.	21 Janv. id.	20 Janv. id.	20 Janv. id.	20 Janv. id.	21 Janv. id.
15	3 Févr. id.	3 Févr. id.	4 Févr. id.	3 Févr. id.	3 Févr. id.	3 Févr. id.	4 Févr. id.
1 Ventose.	19 Févr. id.	19 Févr. id.	20 Févr. id.	19 Févr. id.	19 Févr. id.	19 Févr. id.	20 Févr. id.
15	5 Mars id.	5 Mars id.	5 Mars id.	5 Mars id.	5 Mars id.	5 Mars id.	6 Mars id.
1 Germinal.	21 Mars. id.	21 Mars id.	21 Mars id.	21 Mars id.	21 Mars id.	21 Mars id.	22 Mars id.
15	4 Avril id.	4 Avril id.	4 Avril id.	4 Avril id.	4 Avril id.	4 Avril id.	5 Avril id.
1 Floréal.	20 Avril id.	20 Avril id.	20 Avril id.	20 Avril id.	20 Avril id.	20 Avril id.	21 Avril id.
15	4 Mai id.	4 Mai id.	4 Mai id.	4 Mai id.	4 Mai id.	4 Mai id.	5 Mai id.
1 Prairial.	20 Mai id.	20 Mai id.	20 Mai id.	20 Mai id.	20 Mai id.	20 Mai id.	21 Mai id.
15	3 Juin id.	3 Juin id.	3 Juin id.	3 Juin id.	3 Juin id.	3 Juin id.	4 Juin id.
1 Messidor.	19 Juin id.	19 Juin id.	19 Juin id.	19 Juin id.	19 Juin id.	19 Juin id.	20 Juin id.
15	3 Juillet id.	3 Juillet id.	3 Juillet id.	3 Juillet id.	3 Juillet id.	3 Juillet id.	4 Juillet id.
1 Thermidor.	19 Juillet id.	19 Juillet id.	19 Juillet id.	19 Juillet id.	19 Juillet id.	19 Juillet id.	20 Juillet id.
15	2 Août id.	2 Août id.	2 Août id.	2 Août id.	2 Août id.	2 Août id.	3 Août id.
1 Fructidor.	18 Août id.	18 Août id.	18 Août id.	18 Août id.	18 Août id.	18 Août id.	19 Août id.
15	1 Sept. id.	1 Sept. id.	1 Sept. id.	1 Sept. id.	31 Août. id.	1 Sept. id.	2 Sept. id.
5^e jour compl.	21 Sept. id.	21 Sept. id.	21 Sept. id.	21 Sept. id.	20 Sept. id.	21 Sept. id.	22 Sept. id.
6^e Id....		22 Sept. id.					

Suite du tableau C indiquant la concordance des Calendriers Français et Grégorien.

	An IX. 1800—1801.	An X. 1802—1803.	An XI. 1803—1804.	An XII. 1804—1805.	An XIII. 1805—1806.	An XIV. 1805.	
1 Vendém.	23 Sept. 1800.	23 Sept. 1801.	23 Sept. 1802.	24 Sept. 1803.	23 Sept. 1804.	23 Sept. 1805.	
15	7 Octob. id.	7 Octob. id.	7 Octob. id.	8 Octob. id.	7 Octob. id.	7 Octob. id.	
1 Brumaire.	23 Octob. id.	23 Octob. id.	23 Octob. id.	24 Octob. id.	23 Octob. id.	23 Octob. id.	
15	6 Nov. id.	6 Nov. id.	6 Nov. id.	7 Nov. id.	6 Nov. id.	6 Nov. id.	
1 Frimaire.	22 Nov. id.	22 Nov. id.	22 Nov. id.	23 Nov. id.	22 Nov. id.	22 Nov. id.	
15	6 Déc. id.	6 Déc. id.	6 Déc. id.	7 Déc. id.	6 Déc. id.	6 Déc. id.	
1 Nivose.	22 Déc. id.	22 Déc. id.	22 Déc. id.	23 Déc. id.	22 Déc. id.	22 Déc. id.	
15	5 Janv. 1801.	5 Janv. 1802.	5 Janv. 1803.	6 Janv. 1804.	5 Janv. 1805.		
1 Pluviose..	21 Janv. id.	21 Janv. id.	21 Janv. id.	22 Janv. id.	21 Janv. id.		
15	4 Févr. id.	4 Févr. id.	4 Févr. id.	5 Févr. id.	4 Févr. id.		
1 Ventose.	20 Févr. id.	20 Févr. id.	20 Févr. id.	21 Févr. id.	20 Févr. id.		
15	6 Mars id.	6 Mars id.	6 Mars jd.	6 Mars id.	6 Mars id.		
1 Germinal.	22 Mars id.	22 Mars id.	22 Mars id.	22 Mars id.	22 Mars id.		
15	5 Avril id.	5 Avril id.	5 Avril id.	5 Avril id.	5 Avril id.		
1 Floréal.	21 Avril id.	21 Avril id.	21 Avril id.	21 Avril id.	21 Avril id.		
15	5 Mai id.	5 Mai id.	5 Mai id.	5 Mai id.	5 Mai id.		
1 Prairial.	21 Mai id.	21 Mai id.	21 Mai id.	21 Mai id.	21 Mai id.		
15	4 Juin id.	4 Juin id.	4 Juin id.	4 Juin id.	4 Juin id.		
1 Messidor.	20 Juin id.	20 Juin id.	20 Juin id.	20 Juin id.	20 Juin id.		
5	4 Juillet id.	4 Juillet id.	4 Juillet id.	4 Juillet id.	4 Juillet id.		
1 Thermidor.	20 Juillet id.	20 Juillet id.	20 Juillet id.	20 Juillet id.	20 Juillet id.		
15	3 Août id.	3 Août id.	3 Août id.	3 Août id.	3 Août id.		
1 Fructidor.	19 Août id.	19 Août id.	19 Août id.	19 Août id.	19 Août id.		
15	2 Sept. id.	2 Sept. id.	2 Sept. id.	2 Sept. id.	2 Sept. id.		
5e jour compl.	22 Sept. id.	22 Sept. id.	22 Sept. id.	22 Sept. id.	22 Sept. id.		
6e id........	....	....	23 Sept. id.	....	....		

TABLEAU D

Indiquant la dépréciation du papier-monnaie dans le département de la Seine, d'après la loi du 5 messidor an V (1).

Valeurs réelles en numéraire, de 100 liv. en Assignats.

MOIS.	DATES.	ANNÉES. 1791.	1792.	1793.	1794.	1795.
Janvier........	du 1 au 10	91 l. 10 s.	66 l. 15 s.	61 l. »	49 l. »	21 l. »
	du 10 au 20	91 10	64 10	59 »	48 10	20 »
	du 20 au 30	91 10	63 5	55 »	48 »	19 10
Février........	du 1 au 10	91 10	60 5	56 »	47 »	19 »
	du 10 au 20	91 10	56 10	56 »	44 »	18 10
	du 20 au 29	91 10	53 »	56 »	41 »	17 »
Mars..........	du 1 au 10	90 10	53 »	54 »	41 »	17 »
	du 10 au 20	90 10	53 »	52 »	40 »	16 »
	du 20 au 31	90 10	53 »	50 »	38 «	
Avril.........	du 1 au 10	89 10	54 10	49 »	37 »	
	du 10 au 20	89 10	56 10	48 »	37 »	
	du 20 au 30	89 10	59 »	47 »	37 »	
Mai...........	du 1 au 10	85 5	58 »	46 10	36 »	
	du 10 au 20	85 5	57 »	45 »	36 »	
	du 20 au 31	85 5	55 10	44 »	36 »	
Juin..........	du 1 au 10	85 5	57 »	42 10	34 »	
	du 10 au 20	85 5	58 10	41 10	34 »	
	du 20 au 30	85 5	60 »	40 »	34 »	
Juillet.......	du 1 au 10	82 »	60 »	36 »	34 »	
	du 10 au 20	82 »	60 »	34 »	34 »	
	du 20 au 31	82 »	60 »	33 »	34 »	
Aout..........	du 1 au 10	81 10	59 »	32 »	32 »	
	du 10 au 20	81 10	59 »	32 »	32 »	
	du 20 au 31	81 10	59 »	32 »	32 »	
Septembre.....	du 1 au 10	81 10	61 »	31 10	31 »	
	du 10 au 20	81 10	63 »	30 »	31 »	
	du 20 au 30	81 10	66 »	29 10	31 »	
Octobre.......	du 1 au 10	81 10	69 »	30 »	29 »	
	du 10 au 20	81 10	69 »	30 »	28 10	
	du 20 au 31	81 10	69 »	30 »	28 »	
Novembre......	du 1 au 10	80 10	69 »	33 »	27 10	
	du 10 au 20	79 10	69 »	37 »	26 10	
	du 20 au 30	77 »	69 »	43 »	25 10	
Décembre......	du 1 au 10	75 10	66 »	45 »	23 10	
	du 10 au 20	71 10	66 »	47 10	23 »	
	du 20 au 31	68 10	63 »	51 10	22 »	

(1) Ce tableau est extrait de l'*Annuaire de l'industrie* de 1819.

Dépréciation du papier-monnaie.

Valeurs réelles en numéraire, de 100 liv. en Assignats.

MOIS.	DATES.	DATES ET MOIS du Calend. Grégorien, CORRESPONDANT au Calend. Français.	AN III. 1795.	AN IV. 1796.	VALEURS de 100 liv. en MANDATS.
VEND. . .	du 1 au 10	23 sept. au 2 oct.		2 l. 1 s. 3 d	
	du 10 au 20	2 oct. au 12		1 19 3	
	du 20 au 30	12 oct. au 22		1 11 3	
BRUM. . .	du 1 au 10	22 oct. au 1 nov.		1 2 3	
	du 10 au 20	1 nov. au 11		» 16 3	
	du 20 au 30	11 nov. au 21		» 15 7 ½	
FRIM. . .	du 1 au 10	22 nov. au 1 déc.		» 14 6	
	du 10 au 20	1 déc. au 11		» 12 4 ½	
	du 20 au 30	11 déc. au 21		» 11 »	
NIVOSE. .	du 1 au 10	22 déc. au 31		» 9 3	
	du 10 au 20	31 déc. au 10 janv.		» 9 6	
	du 20 au 30	10 janv. au 20		» 9 3	
PLUV . . .	du 1 au 10	21 janv. au 30		» 9 »	
	du 10 au 20	30 janv. au 9 févr.		» 8 9	
	du 20 au 30	9 févr. au 19		» 7 6	
VENT. . .	du 1 au 10	20 févr. au 29		» 6 7	
	du 10 au 20	29 févr. au 10 mars.		» 6 6	
	du 20 au 30	10 mars au 20		» 7 8 ½	
GERMIN.	du 1 au 10	21 mars au 30	15 l. » s.	» 8 «	31 l. 18 s. 6 d
	du 10 au 20	30 mars au 9 avr.	13 »	» 8 3	19 16 »
	du 20 au 30	9 avril au 19	12 »	» 8 »	18 10 6
FLORÉAL.	du 1 au 10	20 avril au 29	11 10	» 8 »	14 12 3
	du 10 au 20	29 avril au 9 mai.	10 »	» 7 »	13 17 »
	du 20 au 30	9 mai au 19	8 10	» 5 9	11 16 11
PRAIR. . .	du 1 au 10	20 mai au 29	7 »	» 4 4 ½	9 6 8
	du 10 au 20	29 mai au 8 juin.	6 »	» 3 9	5 19 4
	du 20 au 30	8 juin au 18	4 »		8 7 10
MESSID. .	du 1 au 10	19 juin au 28	3 15		6 12 »
	du 10 au 20	28 juin au 8 juill.	3 10		7 9 3
	du 20 au 30	8 juill. au 18	3 15		6 2 8
THERM. .	du 1 au 10	19 juill. au 28	3 10		
	du 10 au 20	28 juill. au 7 août.	3 5		
	du 20 au 30	7 août au 17	3 »		
FRUCT. .	du 1 au 10	18 août au 27	2 15		
	du 10 au 20	27 août au 6 sept.	2 10		
	du 20 au 30	6 sept. au 16	2 5		
Jours complément. .		17 sept. au 22	2 5		

CHANGES DE PARIS,

AVEC LES PRINCIPALES PLACES DE L'EUROPE.

Cours du 1er juillet 1820, à un mois de date.

	INCERTAIN.			CERTAIN.
AMSTERDAM.........	donne	57	den. de gr. courant pour	3 francs.
HAMBOURG...........	reçoit	184 ½	francs	100 marcs lubs.
BERLIN...............		3 f.	60 c...............	1 rixdale.
LONDRES		25	50	1 liv. sterl.
MADRID, eff...........		15	»	1 pist.
CADIX, eff............		14	95	1 pist.
BILBAO...............		14	95	1 pist.
LISBONNE............	donne	555	rées	3 francs.
PORTO.		555	rées	3 francs.
GÈNES, eff...........	reçoit	475	centimes	1 piast. de 115 s.
LIVOURNE...........		509	centimes	1 piast. de 8 réaux.
MILAN................		99	centimes	1 liv. imp.
NAPLES..............		421	centimes	1 ducat de 10 carl.
VENISE..............		5	p...............	
VIENNE..............		254 ½	centimes.........	1 florin.
AUGUSTE............		253	centimes	1 flor. courant.
ANVERS		» ¾		
SAINT-PÉTERSBOURG.		110	centimes.........	1 rouble en pap.
BALE.................		1	p...............	
FRANCFORT..........		2 ¾	p...............	
GENÈVE..............	reçoit	161	francs	100 liv. courantes.
LYON................		» ¼	p...............	
BORDEAUX			pair...........	
MARSEILLE..........		¼	p...............	
MONTPELLIER.......		½	p...............	

Le mot *change*, en terme de banque, signifie la manière dont deux pays ou deux nations différentes changent entre elles leurs monnaies respectives.

Dans cet échange réciproque, l'une des deux nations donne toujours le même nombre de ses monnaies à l'autre, pour recevoir de celle-ci un nombre indéterminé des siennes.

Le terme fixe que donne l'une des deux places s'appelle le *certain*, parce qu'il est invariable, et le terme variable qu'elle reçoit en retour, est ce qu'on appelle l'*incertain*, ou le prix du change. Dans les papiers publics, et dans toutes les cotes de change, on n'indique jamais que l'incertain, parce que le certain est censé connu une fois pour toutes.

Le cours des changes varie continuellement en raison de la rareté ou de l'abondance du papier, et selon que le besoin s'en fait plus ou moins sentir.

FIN.

TABLE
DES MATIÈRES.

Notions générales sur les nombres, pages 1, 2.

De la numération.

Exposition du système de numération, 2, 3.
Des fonctions du zéro, 4.
Manière d'énoncer et de lire tous les nombres possibles, *ibid.*
En ajoutant ou retranchant plusieurs zéro à la suite d'un nombre, on le rend d'autant plus grand ou d'autant plus petit, 5.
Ce que c'est qu'un nombre simple ou composé, *ibid.*
Des diverses opérations de l'Arithmétique sur les nombres, 5, 6.

De l'addition.

Définition de l'addition, 6.
Règle générale pour l'addition et application de cette règle à divers exemples, 6, 7.

De la multiplication.

Définition de la multiplication, 8.
Table de Pythagore contenant les produits des nombres simples entre eux, 9.
De la formation et de la manière de se servir de cette table, 10.
Le produit de deux nombres entre eux est toujours le même, malgré le renversement de l'ordre des facteurs, 10, 11.

Considérations et définitions générales relatives à la multiplication, pages 11, 12.
Principe pour la multiplication d'un nombre de plusieurs chiffres par un nombre d'un seul chiffre, 12.
De la multiplication d'un nombre par 10, par 100, etc., 17.
De l'abréviation de la multiplication, quand les deux facteurs sont terminés par des zéro, 17, 18.
De la nécessité de regarder toujours le multiplicateur comme un nombre abstrait, 18, 19.

De la soustraction.

Définition de la soustraction, 19, 20.
Règle générale pour la soustraction, et application de cette règle à divers exemples, 20 et suiv.

De la division.

Définition de la division, 23, 24.
De la division d'un nombre de plusieurs chiffres par un nombre d'un seul chiffre, 25, 26.
De la division entre deux nombres composés de plusieurs chiffres, 27 et suiv.
Règle générale pour la division, 30, 31.
Méthode abrégée pour la même opération, 31 et suiv.
Moyen d'abréger le calcul lorsque le dividende et le diviseur sont terminés par des zéro, 33, 34.
De la preuve de l'addition et de la soustraction, 35, 36.
De la multiplication et de la division, 37, 38.
Sur quelques usages de la multiplication, 38.
Idem, de la division, 39.

Des fractions.

De l'origine des fractions, 40.
Définition des fractions, *ibid.*
Manière générale d'envisager les fractions, 42, 43.
Extraction des entiers d'une fraction, 43, 44.

Une fraction ne change point de valeur quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par un même nombre, page 45.
Conséquence de ce principe, appliquée généralement à la division de deux nombres entre eux, *ibid.*
Moyen comparatif de distinguer, dans certains cas, une fraction plus grande d'avec une plus petite, 46.
Double moyen de rendre une fraction un certain nombre de fois plus grande ou plus petite, 46, 47.
De la réduction des fractions à un même dénominateur, 48.
Idem, à leur plus simple expression, 49.
Moyen de reconnaître les nombres divisibles par 2, par 10, et par 5; par 3 et par 9, pag. 50.
Règle générale pour trouver le plus grand diviseur commun entre deux nombres, 51.
De l'addition et de la soustraction des fractions, 53.
De l'addition et soustraction d'entiers joints à des fractions, *ibid.*
Moyen d'abréger ces deux opérations, quand les fractions ont un même dénominateur, 53, 54.
De la multiplication des fractions entre elles, et des entiers par une fraction, 54, 55.
De la multiplication des entiers joints à des fractions, 55.
Moyen d'abréger le calcul, dans certains cas, pour la multiplication des entiers par une fraction, et de deux fractions entre elles, 55, 56.
De la division des fractions entre elles, et des entiers par une fraction, 56, 57.
Idem, des entiers joints à des fractions, 57, 58.
Moyen d'abréger la division, lorsque les fractions ont un même dénominateur, 58, 59.
Des fractions de fractions, 59, 60.
Les fractions de fractions regardées comme la théorie universelle des changes étrangers, des arbitrages de banque, etc., 60, 61.
De l'évaluation des fractions, 61, 62.
La parfaite connaissance des fractions conduit, dans beaucoup de cas, à calculer mentalement, et par conséquent sans le secours de la plume, 63, 64.

Des nombres complexes.

Définition des nombres complexes et incomplexes, pages 64, 65.
Table des unités de quelques espèces, relative à ces mêmes nombres, 65, 66.
Règle générale pour l'addition des nombres complexes, et application de cette règle à divers exemples, 67.
Idem, à la soustraction des nombres complexes, 69 et suiv.
De la preuve de l'addition et de la soustraction, *id.*, 70, 71.
Principe générique pour la multiplication des nombres complexes, en les réduisant en fractions, 72.
Méthode abrégée, appliquée à la multiplication d'un nombre complexe par un nombre incomplexe, 73, 74.
Idem, à la multiplication de deux nombres complexes entre eux, 75, 76.
Procédé abrégé pour prendre sur le multiplicateur les parties aliquotes de la livre tournois, 76, 77.
Divers exemples de multiplications complexes, 77 et suiv.
Règle générale relative à la méthode abrégée pour la multiplication des nombres complexes, 87.

De la division des nombres complexes.

Principe générique pour la division des nombres complexes, en les réduisant en fractions, 88, 89.
Méthode abrégée, appliquée à la division d'un nombre complexe par un nombre incomplexe, 90, 91.
Premier cas où le dividende et le diviseur étant de nature différente, le quotient doit être de même espèce que le dividende, 91, 92.
Second cas où le dividende et le diviseur étant de même espèce, le quotient doit être d'espèce différente, ou bien de même espèce qu'eux, 93, 94.
Méthode abrégée, appliquée à la division d'un nombre incomplexe par un nombre complexe, où de deux nombres complexes entre eux, 93 et suiv.

Des fractions décimales.

Définition des fractions décimales, page 99.
De la formation desdites fractions, *ibid.*
De la manière d'écrire et d'énoncer les nombres décimaux, 100, 101.
De l'effet du déplacement de la virgule dans les décimales, 101, 102.
De la transformation, dans plusieurs cas, des fractions décimales en fractions vulgaires, et réciproquement, *ibid.*
On peut écrire, à la suite d'un nombre décimal, autant de zéro que l'on voudra, sans en changer la valeur, *ibid.*
Addition des décimales, 103, 104.
Soustraction des décimales, 104, 105.
Multiplication des décimales, 105, 106.
Idem, d'un nombre décimal par un nombre entier, et réciproquement, 106.
Division des décimales, 107.
Manière d'approcher d'aussi près que l'on voudra du quotient d'une division, par le moyen des décimales, 109.
De la division d'un nombre décimal par un nombre entier, et réciproquement, 110.
De la conversion d'une fraction vulgaire en fraction décimale, *ibid.*
Moyen d'approcher du quotient exact d'une division, à un degré quelconque exprimé par telle fraction vulgaire que l'on voudra, 111.
Abréviation, dans certains cas, pour la division des nombres entiers, par le moyen des décimales, 112.
De l'évaluation des fractions décimales, 113.

Des proportions.

Notions préliminaires sur les proportions, 113.
Ce qu'on entend par *rapport* ou *raison*, *ibid.*
Un rapport géométrique ne change pas par la multiplication ou la division de ses deux termes par un même nombre, 114.

Moyen de simplifier un rapport, pages 114, 115.
Moyen comparatif de distinguer, dans certains cas, un rapport plus grand d'avec un plus petit, 115.
Moyen de réduire à l'unité l'antécédent ou le conséquent de tout rapport, 116.
Ce que c'est qu'une proportion, et manière d'indiquer qu'elle existe entre quatre nombres, 116.
Propriété fondamentale des proportions, 117, 118.
Des divers changements qu'on peut faire subir aux termes d'une proportion, sans la détruire, 118.
Premier moyen pour trouver tel terme d'une proportion dont on connaîtrait les trois autres, 119.
Second moyen, *id.*, *id.*, 120.
On ne trouble point une proportion en multipliant ou en divisant ses deux antécédents ou ses deux conséquents par un même nombre, 121.
Moyen de simplifier un rapport lorsque ses deux termes sont deux fractions ayant un même dénominateur, 121, 122.
Ce que c'est qu'un rapport composé, 122, 123.

Du nouveau système métrique.

Exposition de ce système, 123.
Nomenclature des diverses espèces de mesures, 124 et suiv.
Application des opérations les plus usuelles de l'arithmétique au système métrique, 127 et suiv.
De la conversion des anciennes mesures en nouvelles, et réciproquement, 132 et suiv.
Tables pour la conversion des mesures anciennes en mesures nouvelles, et réciproquement, 139 et suiv.
Table pour la conversion des livres en francs, et réciproquement, 143.
Idem, pour réduire en francs les anciennes pièces de 3 liv., de 6 liv, de 24 et de 48 livres, 143.
Application de l'usage des tables à la conversion des anciennes mesures en nouvelles, 144 et suiv.

De la manière de déterminer les prix des nouvelles mesures d'après ceux des anciennes, et réciproquement, page 146 et suiv.
De la division de l'ancien et du nouveau thermomètre, 149.

Des règles de trois.

De la règle de trois simple et directe, 150.
Idem, simple et inverse, 151, 152.
Idem, composée et directe, 152, 154.
Idem, composée et inverse, 155, 156.
Exemple d'une règle de trois composée, tenant tout-à-la-fois de la directe et de l'inverse, 156 et suiv.
De la règle de société simple, 159 et suiv.
Idem, composée, 161 et suiv.
Problême dépendant des règles de trois, 163, 164.

Règles de fausse position.

Règle de fausse position simple, 164 et suiv.
Idem, double, 167 et suiv.
Application de cette règle à l'achat des laines d'Espagne, 173 et suiv.
Exemple d'une règle de trois composée, tenant tout-à-la-fois de la directe et de l'inverse, et appartenant aux problêmes indéterminés, 175 et suiv.

De la Règle conjointe.

Principe générique de la règle conjointe, 178.
Démonstration de cette règle, 179, 180.
De la manière de simplifier cette règle, en prenant des parties égales sur les antécédents et sur les conséquents, 180 et suiv.
Principe pour faire disparaître les fractions dans les conjointes qui en sont accompagnées, 182.

Règles d'alliage.

De la règle d'alliage de la première espèce qui a pour