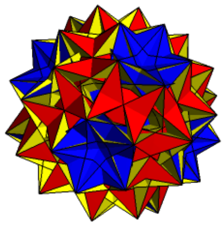
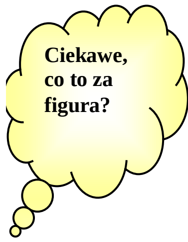
Extra Matma





Gazetka Matematyczna Publicznego Gimnazjum nr 3 n5.V-VI 2016r

Witamy serdecznie naszych wiernych czytelników. Niestety jest to nasze ostatnie wydanie w tym roku szkolnym i tym samym kończy się konkurs matematyczny organizowany na łamach gazetki matematycznej.

Komunikaty

- Klasy trzecie są już po egzaminach gimnazjalnych (jeszcze wielu uczniom śni się po nocach zadanie z „pojemnikiem z kremem w kształcie walca”)
- W tych samych dniach klasy drugie pisały próbny egzamin gimnazjalny (większość uczniów chce szybko zapomnieć o tym egzaminie)
- Czekają nas ostatnie etapy konkursów matematycznych m.in. konkurs na łamach Extra Matma
- W maju klasy pierwsze będą jeszcze pisać sprawdzian wiadomości z matematyki

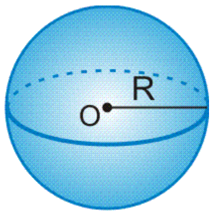
Myśl miesiąca

"Oprócz matematyki nie istnieje żadna niezawodna wiedza z wyjątkiem tej, która wywodzi się z matematyki."
ROBERT REKORD

HUMOR

W szkole na matematyce pani pyta Jasia:
-Jasiu co to jest kąt??
Jasio na to:
-Kąt to najbrudniejsza część mojego pokoju

Kula a sfera



Kulą o danym środku S i danym promieniu R nazywamy zbiór wszystkich punktów przestrzeni, których odległość od punktu S jest nie większa od promienia R. Pamiętajmy, że kula jest bryłą obrotową powstałą przez obrót półkola wokół prostej zawartej w jego średnicy.

Sferą o danym środku i danym promieniu nazywamy zbiór wszystkich punktów przestrzeni, których odległość od jego środka równa jest jego promieniowi. Pamiętajmy, że sfera powstaje z obrotu półokręgu wokół prostej zawierającej jego średnicę.

Mówiąc krótko można stwierdzić, że sfera jest powierzchnią (brzegiem) kuli. Różnica między tymi figurami jest prawie taka sama jak między kołem a okręgiem tylko, że w innym wymiarze.

Pole sfery o promieniu R dane jest wzorem: $S = 4\pi R^2$

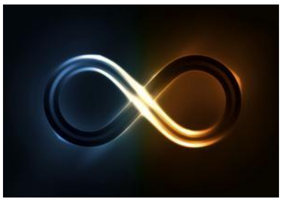
Objętość kuli o promieniu R dana jest wzorem: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

widać, że istnieje związek między objętością kuli a polem sfery o tym samym promieniu: $V = S\cdot\frac{1}{3}R$

Zadanie:

Z trzech pełnych kul, każda o promieniu 10 cm, przelano wodę do jednej kuli o promieniu 30 cm. W jakiej części większa kula zapełni się wodą?

Pojęcie nieskończoności w matematyce



Nieskończoność – byt nieograniczony (w sensie wielkości bądź ilości), który przyjęło się oznaczać za pomocą znaku ∞, podobnego do „przewróconej ósemki”. Nieskończoność rozważana była już od czasów starożytności. Przez długi czas podchodzono do niej bardzo nieufnie - szybko zorientowano się, że pojęcie to prowadzi do wielu paradoksów (z których najbardziej znane to paradoksy Zenona z Elei). Zauważano także takie *absurdy*, jak fakt, że liczb naturalnych i kwadratów liczb naturalnych jest tyle samo, co przeczyło intuicji, która mówiła, że *część musi być mniejsza od całości*.

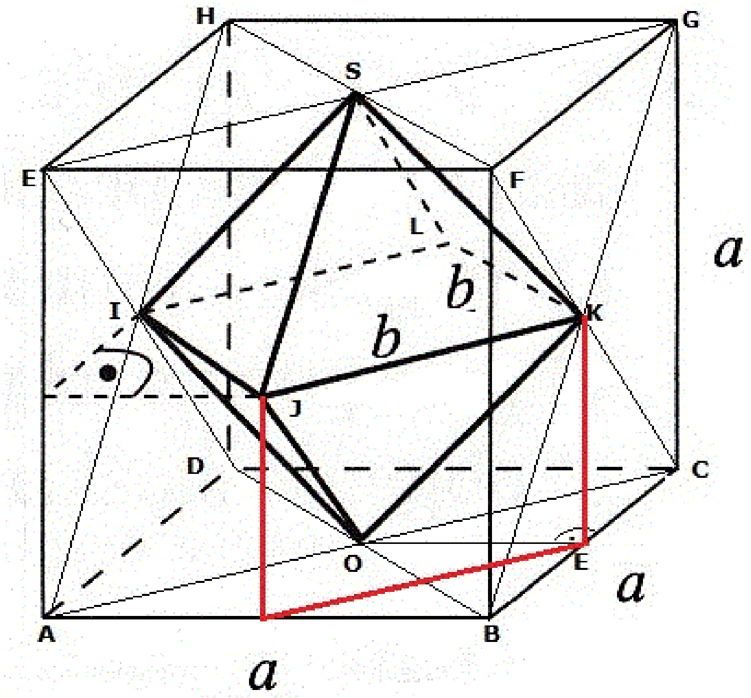
Czy istnieje nieskończoność? Zapytajmy najpierw, jaka jest największa liczba na świecie? Nie ma takiej. Do każdej kandydatki zawsze można dodać 1 i otrzymamy jeszcze większą liczbę. To znaczy, że niezależnie od tego, o jak dużej liczbie sobie pomyślę, zawsze można znaleźć jeszcze większą. Liczby, jak mówią matematycy, "dążą do nieskończoności". Tak rozumianą nieskończoność filozofowie nazywają "potencjalną". Ten proces powiększania liczb nie ma końca i żadnego ograniczenia, ale na każdym kroku mamy do czynienia z jakąś skończoną liczbą (choć może być tak przeogromna, że "nie występuje w przyrodzie", np. jest większa niż liczba wszystkich cząstek elementarnych we Wszechświecie). Matematycy potrafili jednak wyobrazić sobie coś bardziej abstrakcyjnego - nieskończoność "aktualną", a więc zbiór, który zawiera nieskończoną liczbę elementów, na przykład zbiór wszystkich bez wyjątku liczb naturalnych, czyli 1, 2, 3, 4... itd. W ten sposób powołali nieskończoność do istnienia jako osobny byt, taki jak liczba 1 czy 2, choć jak poniżej zobaczymy, niedokładnie taki sam.

Czy warto rozwiązywać zagadki matematyczne?

Po raz kolejny podniesiono kwotę oferowaną za rozwiązanie problemu matematycznego zwanego Zagadnieniem Beala. Obecnie osoba, która udowodni jego słuszność, otrzyma aż milion dolarów.
Daniel Andrew Beal, miliarder z Teksasu, w 1993 roku wymyślił problem matematyczny brzmiący:
$\mathbf{A^x + B^y = C^z}$**.** Przy czym równanie to mogą spełniać tylko takie liczby x, y i z, które są liczbami naturalnymi większymi od 2, a A, B i C muszą być liczbami naturalnymi mającymi wspólny czynnik pierwszy – liczbę pierwszą, przez którą można podzielić daną liczbę. Przykładem, który wpisuje się w to zagadnienie jest równanie $3^3 + 6^3 = 3^5$. A, B i C, czyli w tym przypadku kolejno 3, 6 i 3, mają wspólny czynnik pierwszy równy 3 (wszystkie liczby dzielą się przez 3, która jest liczba pierwszą). Natomiast x, y i z, czyli w tym przypadku 3, 3 i 5, to liczby naturalne większe od 2. Jak więc widać zagadnienie wymyślone przez Beala sprawdza się w praktyce, jednak jak dotąd nikomu nie udało się przeprowadzić dowodu na to, że teoria jest prawdziwa dla wszystkich możliwych liczb, które spełniają założenia twierdzenia. Nagrodę pieniężną miliarder proponuje zarówno za przeprowadzenie dowodu matematycznego na słuszność jego hipotezy, jak również za znalezienie przypadku, w którym twierdzenie zawodzi, czyli liczb nie spełniających warunków postanowionych przez Beala, ale jednocześnie spełniających równanie. Teksańczyk początkowo (w 1997 roku) zaoferował nagrodę w wysokości 5 tys. dolarów, dla osoby, która jako pierwsza przeprowadzi dowód jego twierdzenia. Niestety nikt się nie zgłosił. Dlatego w trzy lata później Beal podwyższył oferowane wynagrodzenie do 100 tys. dolarów. Do dzisiaj jednak nikt nie zaprezentował rozwiązania. Być może dlatego, że istnieje lista siedmiu problemów milenijnych, za udowodnienie których nagroda wynosi aż milion dolarów, nikt nie zainteresował się zagadnieniem Beala. Miliarder jednak w 2013 roku postanowił podnieść swoją ofertę i również zaproponował milion dolarów za rozwiązanie jego problemu. Aby otrzymać nagrodę należy opublikować swoje wyliczenia. Następnie, jeśli przeprowadziliśmy dowód prawdziwości twierdzenia, nasza praca przez okres dwóch lat będzie analizowana przez światowej sławy matematyków. Natomiast, jeśli wykazaliśmy przypadek, w którym hipoteza Beala się nie sprawdza, czas sprawdzania poprawności naszej publikacji może być krótszy. Gdy nikt nie znajdzie błędów w wyliczeniach, publikacja zostanie przekazana do American Mathematical Society (AMS), która ją przeanalizuje i ostatecznie przyzna nagrodę wybranemu zwycięzcy.
Bealowi nie będzie żal wypłacić takiej fortuny dla zwycięzcy. Jak twierdzi, chodzi mu o zachęcenie młodych ludzi do uczenia się matematyki.

Zadanie dla wytrwałych

W sześcian o krawędzi a wpisano ośmiościan foremny (rys).
Ustal ile razy ile razy objętość sześcianu jest większa od objętości ośmiościanu.



Rozwiązanie:

$$V_{ABCDEFGH} = a^3$$

$$V_{IJKLSO} = 2 \cdot \frac{1}{3} b^2 \cdot \frac{1}{2} |CG|$$

$$b^2 = \left(\frac{1}{2}|BC|\right)^2 + \left(\frac{1}{2}|AB|\right)^2$$

$$b^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2$$

$$b^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2$$

$$b^2 = \frac{1}{2}a^2$$

$$V_{IJKLSO} = 2 \cdot \frac{1}{3} b^2 \cdot \frac{1}{2} |CG|$$

$$V_{IJKLSO} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{1}{2} a$$

$$V_{IJKLSO} = \frac{1}{6} a^3$$

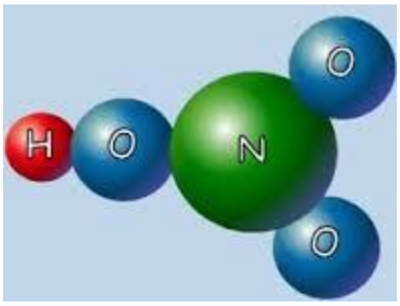
Odpowiedź:

$$\frac{V_{ABCDEFGH}}{V_{IJKLSO}} = \frac{a^3}{\frac{1}{6}a^3} = 6$$

Symetrie w fizyce

Fizyka przez wiele lat skupiała się na wyjaśnieniu praw skrywających się za wszelkiego rodzaju zjawiskami, które potrafimy zaobserwować, ale nie zawsze wyjaśnić. Prawa przyrody powinny być doskonale uniwersalne i bezwzględne, powinny być prawdziwe w każdym miejscu wszechświata - takie podejście wydaje się prawidłowe w większości przypadków, ale - jak się okazuje - nie zawsze. Dlatego właśnie przypadki szczególne w świadomości naukowców stanęły na równi z prawami ogólnymi, co wcale nie wydaję się aż tak niezwykłe, gdy weźmie się pod uwagę, że w naszym pokręconym świecie rzadko spotykamy się z doskonałą symetrią.

Przeróżne typy symetrii i asymetrii są częścią naszego codziennego życia; lustrzane odbicie literki A wygląda tak samo jak oryginał, podczas gdy literki Z - nie. Z drugiej strony, Z obrócona do góry nogami wygląda tak samo, podczas gdy nie jest tak w przypadku litery A.



Podstawowa teoria cząstek elementarnych zakłada trzy różne zasady symetrii: symetria lustrzana, symetria ładunkowa, symetria czasowa.

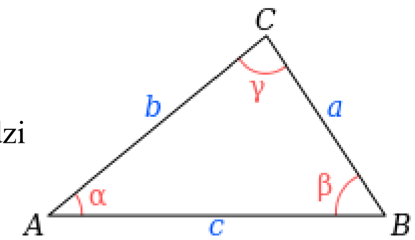
Symetrie w chemii

SYMETRIA W ZWIĄZKACH CHEMICZNYCH Budowę wszystkich związków chemicznych przedstawiamy w postaci modeli. W modelach zauważamy elementy symetrii – środek symetrii, osie symetrii i płaszczyzny symetrii.

Człowiek-cyrkiel

Na lekcjach geometrii często używamy cyrkla do rysowania okręgów lub wykonywania konstrukcji geometrycznych. Wielu uczniów radzi sobie jednak bez tego przyrządu. Ale czy potraficie rysować okręgi tak jak ten oto artysta (foto.). Tony Orrico tworzy wielkie, symetryczne obrazy posługując się jedynie swoim ciałem i dwoma ołówkami w rękach. Podczas pracy niemal dosłownie zamienia się w cyrkiel. Turla się po płótnie, obraca we wszystkie strony i - jak przystało na artystę - jest przy tym śmiertelnie poważny. W zależności od rozmiaru i stopnia skomplikowania dzieła, Orrico potrafi walać się po podłodze od 15 minut do nawet 7 godzin z rzędu. Sztuka wymaga poświęceń.

Pole trójkąta



Jak obliczyć pole trójkąta mając dane długości jego boków? Jeśli dany trójkąt jest różnoboczny to dla gimnazjalisty stanowi to problem. Z pomocą przychodzi wzór Herona. Wzór znany był już Archimedesowi, a jego nazwa pochodzi od Herona.

Heron z Aleksandrii (ok.10 – ok. 70r.) starożytny grecki matematyk, fizyk, mechanik.

Jego największe odkrycia i wynalazki to:

- Bania Herona uważana za pierwowzór parowej turbiny
- maszyny do czerpania wody
- maszyny oblężnicze (trebusz, katapulta, balista)
- wzór na pole trójkąta zwany wzorem Herona
- wzory na powierzchnię i objętość innych figur geometrycznych
- metody przybliżonego obliczania pierwiastków

$$P=\sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)}$$

$$gdzie: p=\frac{1}{2}\cdot(a+b+c)$$

MOC IMIENIA

Sprawdź, jaką magiczną liczbę kryje Twoje imię!

► Wszystkie litery swojego imienia zastąp liczbami z tabeli i dodaj je
Otrzymasz w ten sposób **MOC IMIENIA**

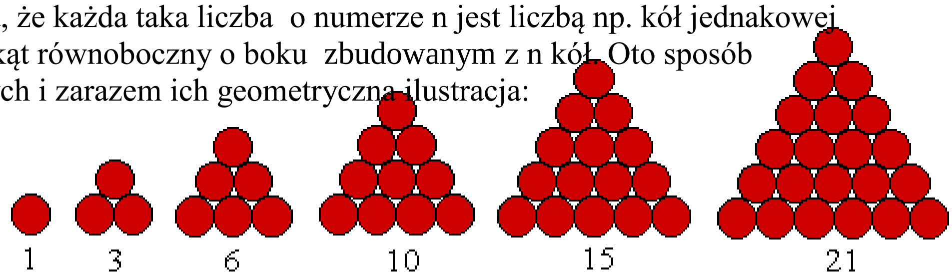
A – 1	**I – 3**	**R - 7**
Ą – 2	**J - 9**	**S - 9**
B – 9	**K - 2**	**Ś - 2**
C – 3	**L - 2**	**T - 4**
Ć – 6	**Ł - 8**	**U - 6**
D – 0	**M - 3**	**W - 2**
E – 2	**N - 1**	**X - 4**
Ę – 1	**Ń - 4**	**Y - 8**
F - 8	**O - 0**	**Z - 5**
G - 7	**Ó - 3**	**Ż - 3**
H - 4	**P - 5**	**Ź - 6**

► **Pomnóż** otrzymaną **MOC IMIENIA** przez **liczbę** występujących w imieniu **samogłosek**.
► Wynik **pomniejsz** o liczbę trzy razy większą niż liczba **spółgłosek**.
► Dodaj **iloczyn** liczby **głosek** i **podwojonej** liczby **sylab** imienia.
► Jeśli numer **pierwszej** litery Twojego imienia (odczytany z tabeli) jest liczbą:
- Parzystą – do wyniku dodaj liczbę trzykrotnie większą niż ten numer;
- Nieparzystą – wynik powiększ o 7
- Pierwszą – dodatkowo wynik pomnóż przez magiczną 7,
- Złożoną – przejdź dalej.

► Dodaj liczbę o pięć większą niż liczba **dwuznaków** (sz, cz, ch, rz, dz, dź) w zapisie imienia.
► Odejmij liczbę liter imienia, którym przypisano w tabeli liczby parzyste.
► Zamień cyfrę jedności z cyfrą dziesiątek i pomnóż tak otrzymaną liczbę przez dwa.
► Zsumuj cyfry otrzymanego wyniku.
► Jeżeli otrzymałeś liczbę kilkucyfrową – ponownie dodaj jej cyfry i postępuj tak aż otrzymasz wynik jednocyfrowy.
► Otrzymany wynik jest **TWOJĄ LICZBĄ**. Sprawdź, co mówią liczby.... o Tobie!

Liczby trójkątne

Nazwa "liczby trójkątne" pochodzi stąd, że każda taka liczba o numerze n jest liczbą np. kół jednakowej wielkości, z których można ułożyć trójkąt równoboczny o boku zbudowanym z n kół. Oto sposób odnajdywania kolejnych liczb trójkątnych i zarazem ich geometryczna ilustracja:

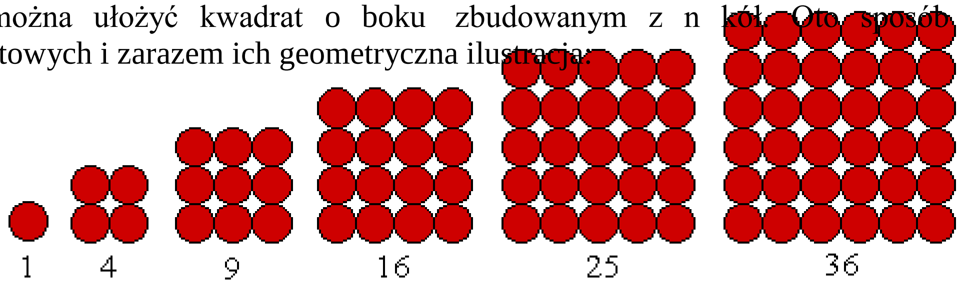


Poniższa tabela ilustruje zależność między numerem liczby trójkątnej (wskaźnikiem, indeksem) , a sama liczbą trójkątną

Numer liczby	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
Liczby trójkątne	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91	105	120	...

Liczby kwadratowe

Nazwa "liczby kwadratowe" pochodzi stąd, że każda taka liczba o numerze n jest liczbą np. kół jednakowej wielkości, z których można ułożyć kwadrat o boku zbudowanym z n kół. Oto sposób odnajdywania kolejnych liczb kwadratowych i zarazem ich geometryczna ilustracja:



Poniższa tabela ilustruje zależność między numerem liczby kwadratowej (wskaźnikiem, indeksem), a sama liczbą kwadratową:

Numer liczby	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
Liczby kwadratowe	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	...

Paradoks matematyczny: Czy 10 równa się 11?

Poniżej postaram się dowieść, że 10 = 11. Ciekawe, czy mi uwierzycie?
Załóżmy, niech $a + b = c$. Wtedy, dodajmy obustronnie $+10a$, czyli:
$11a + b = c + 10a$
Następnie dodajmy obustronnie $+10b$. Dostaniemy:
$11a + 11b = c + 10a + 10b$
Teraz odejmijmy obustronnie $-11c$. Stąd:
$11a + 11b - 11c = 10a + 10b - 10c$
Wyłączmy przed nawias po obu stronach równania wspólny czynnik. Wtedy:
$11 (a + b - c) = 10 (a + b - c)$
Podzielmy równanie obustronnie przez wyrażenie $(a + b - c)$. Dostaniemy:
$11 = 10$
I co? Czyżby dorobek matematyki legł w gruzach? Gdzie jest błąd?

Zbiory liczbowe

symbol	opis
N	Zbiór liczb naturalnych –{1, 2, 3,.....}
C	Zbiór liczb całkowitych – {..., -2, -1, 0, 1, 2,...}
W	Zbiór liczb wymiernych – liczby, które można przedstawić w postaci ułamka $\frac{p}{q}$ (gdzie p, q są liczbami całkowitymi i q □ 0) np.: $-\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{5}{1}, \frac{12}{5}$
NW	Zbiór liczb niewymiernych – liczby, które nie można przedstawić w postaci ułamka $\frac{p}{q}$ (gdzie p, q są liczbami całkowitymi i q □ 0) np.: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$ .....
R	Zbiór liczb rzeczywistych – liczby, które są albo liczbami wymiernymi, albo niewymiernymi np.: -4, $\frac{2}{7}$, 8, $\sqrt{7}$, □.....

Wykonalność działań liczbowych w różnych zbiorach

Zbiór liczb	Rodzaj działania					
	$a + b$	$a - b$	$a \cdot b$	$a : b$	a^n	$\sqrt[n]{a}$
Naturalnych	tak	nie	tak	nie	tak	nie
Całkowitych	tak	tak	tak	nie	tak	nie
Wymiernych dodatnich	tak	nie	tak	tak	tak	nie
Wymiernych	tak	tak	tak	tak	tak	nie
Rzeczywistych dodatnich	tak	nie	tak	tak	tak	tak
Rzeczywistych	tak	tak	tak	tak	tak	nie

Z życia sławnych uczonych

Hans Hahn - matematyk austriacki (1879-1934) - poznając syna naukowca i pisarza, Wilhelma Boelsche, powiedział: "czytałem kiedyś piękną książkę pańskiego ojca. Nosiła tytuł Miłość w przyrodzie, nie spodziewałem się jednak, że spotkam osobiście produkt tej miłości."

Dobiegający osiemdziesiątki **Hahn** zwykł był mawiać: "kiedy się widzi dookoła siebie tyle pięknych, młodych dziewcząt, to człowiek chciałby jeszcze raz mieć nie więcej jak siedemdziesiątkę."

Woźnym na Wydziale Matematycznym Uniwersytetu Lwowskiego był niejaki Góral, którego przywoływano za pomocą sygnału świetlnego - ilekroć był potrzebny, zapalała się czerwona lampka. Jednakże Góral nie bardzo przejmował się swoimi obowiązkami i lampka świeciła się nieraz całymi godzinami. Docent matematyki Uniwersytetu Lwowskiego - **Herman Auerbach** (1901-1942), ponoć najdowcipniejszy z lwowskich matematyków (sic!), mawiał, że Góral ma atrybuty boskie - wszyscy go wzywają, na jego cześć wiecznie pali się lampka, ale nikt go nigdy nie widział.

Masz kłopoty z przeliczaniem jednostek? Zapoznaj się z tabelką!

Długość							
Jednostka	Mnożnik przy przeliczeniu na						
	km	m	dm	cm	mm	um	nm
1 km	1	10^3	10^4	10^5	10^6	10^9	10^{12}
1 m	$\frac{1}{10^3}$	1	10	10^2	10^3	10^6	10^9
1 dm	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10}$	1	10	10^2	10^5	10^8
1 cm	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10}$	1	10	10^4	10^7
1 mm	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10}$	1	10^3	10^6
1 um	$\frac{1}{10^9}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^3}$	1	10^3
1 um	$\frac{1}{10^{12}}$	$\frac{1}{10^9}$	$\frac{1}{10^8}$	$\frac{1}{10^7}$	$\frac{1}{10^6}$	$\frac{1}{10^3}$	1

cIeKAwoStKi maTeMatYcZnE

Piramida Cheopsa

Piramida Cheopsa jest największym na świecie ostrosłupem prawidłowym czworokątnym. Ma 146m wysokości, a krawędź jej podstawy wynosi 230m. Na zbudowanie tej piramidy zużyto 2 300 000 bloków granitowych o ciężarze od 2,5 t do 15t. Gdyby z tego materiału zbudować mur o wysokości 3m i grubości 25cm to opasałby on całą Polskę. W piramidzie Cheopsa stosunek sumy dwóch boków podstawy do wysokości wynosi 3,1416, czyli przybliżenie pi z dokładnością czterech miejsc po przecinku.

Dziura budżetowa

Matematyka znalazła przyczynę współczesnych problemów gospodarczych, dziury budżetowej, bezrobocia. Winny jest Bolesław Chrobry, gdyż gdyby w roku 1000 złożył w banku chociaż jeden grosz przy oprocentowaniu 4% rocznie i przy corocznym doliczaniu odsetek, w roku 2000 mielibyśmy w kasie państwa dodatkowe 1 071 500 000 000 000 zł, czyli ponad milion miliardów złotych.

Ciekawe przypadki działań matematycznych

1 x 1 = 1
11 x 11 = 121
111 x 111 = 12321
1111 x 1111 = 1234321
11111 x 11111 = 123454321
111111 x 111111 = 12345654321
1111111 x 1111111 = 1234567654321
11111111 x 11111111 = 123456787654321
111111111 x 111111111=12345678987654321

Konkurs matematyczny

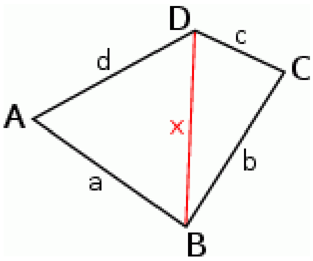
na łamach Extra Matma-etap 5

Przypominamy, że na łamach naszej gazetki cały rok trwa konkurs matematyczny.
W każdym numerze znajdziecie 3 zadania, których rozwiązania wraz z podanym nazwiskiem i klasą wrzucamy do skrzynki kontaktowej (obok gabloty matematycznej- dolny korytarz). Łączna ilość uzyskanych punktów decyduje o zajętym miejscu i nagrodzie na koniec roku szkolnego.

Rozwiązania zadań z tego i poprzednich numerów gazetki należy złożyć najpóźniej do 5 czerwca 2016r.

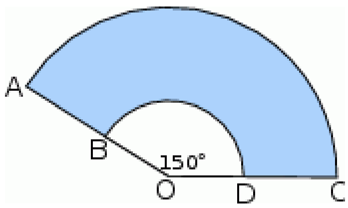
Zadanie 1:

Obwód czworokąta wypukłego ABCD jest równy 50 cm. Obwód trójkąta ABD jest równy 46 cm, a obwód trójkąta BCD jest równy 36 cm. Oblicz długość przekątnej BD.



Zadanie 2:

Rysunek przedstawia kształt obszaru zakreślanego przez wycieraczkę samochodową. Wiedząc, że $|\measuredangle AOC| = 150^\circ$ oraz $|AB| = |BO| = 0,3\,\mathrm{m}$ oblicz jakie jest pole obszaru oczyszczanego przez wycieraczkę. Przyjmując, że $\pi \approx 3,14$ podaj wynik z dokładnością do 0,01m.



Zadanie 3:

Wykaż, że liczba 10^{123} - 4 jest wielokrotnością liczby 6.

Wszystkim naszym czytelnikom

życzymy udanych wakcji.