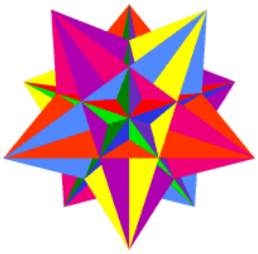
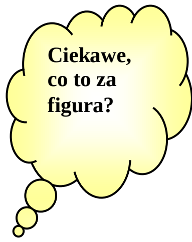
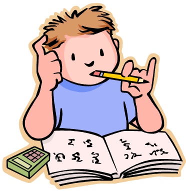
Extra Matma





Gazetka Matematyczna Publicznego Gimnazjum nr 3 nr5.V-VI2017r

Witamy serdecznie wszystkich naszych czytelników po przerwie związanej z egzaminem gimnazjalnym i maturalnym. Mamy nadzieję, że ten krótki czas odpoczynku wpłynie korzystnie na naszą aktywność w końcówce roku szkolnego.



Komunikaty

- Uczniom klas trzecich przypominamy, że warto powalczyć o oceny na koniec III klasy, gdyż one w przeliczeniu na punkty pomogą Wam w dostaniu się do wymarzonej szkoły ponadgimnazjalnej.
- Czekają nas ostatnie etapy konkursów matematycznych m.in. konkurs na łamach Extra Matma (na rozwiązania czekamy do 9 czerwca)

Myśl miesiąca

"Oprócz matematyki nie istnieje żadna niezawodna wiedza z wyjątkiem tej, która wywodzi się z matematyki."
ROBERT REKORD

HUMOR

W szkole na matematyce pani pyta Jasia:
-Jasiu co to jest kąt??
Jasio na to:
-Kąt to najbrudniejsza część mojego pokoju

Wspomnienia z egzaminu gimnazjalnego klas trzecich

20 kwietnia o godz. 11 rozpoczął się egzamin gimnazjalny z matematyki, który trwał 90 minut do 12.30. W tej części egzaminu poza zadaniami zamkniętymi, uczniowie musieli się rozwiązać także zadania otwarte.

Przedstawiamy wybrane zadania z arkusza, które mogły sprawić małe problemy.

Zadanie 7. (0–1)
Dane są trzy wyrażenia:

I. $\left(2\sqrt{3}\right)^2$ II. $2\sqrt{2}\cdot4\sqrt{2}$ III. $\frac{4\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

Wartości których wyrażeń są mniejsze od 15? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. Tylko I i II. **B.** Tylko I i III. **C.** Tylko II i III. **D.** I, II i III.

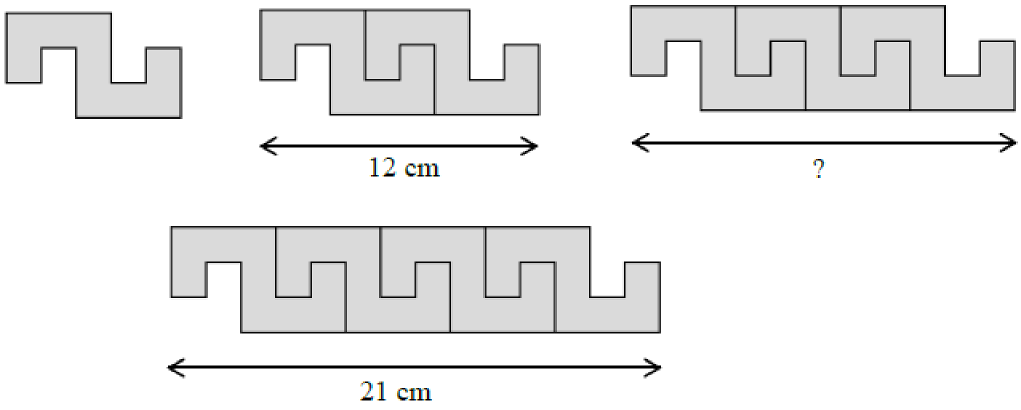
Zadanie 8. (0–1)
W pewnej szkole do egzaminu gimnazjalnego przystąpiło o 60 chłopców więcej niż dziewcząt. Chłopcy stanowili 65% liczby osób piszących egzamin.

Ile dziewcząt przystąpiło do tego egzaminu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 200 **B.** 130 **C.** 70 **D.** 39 **E.** 21

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono sposób ułożenia wzoru z jednakowych elementów i podano długości dwóch fragmentów tego wzoru.



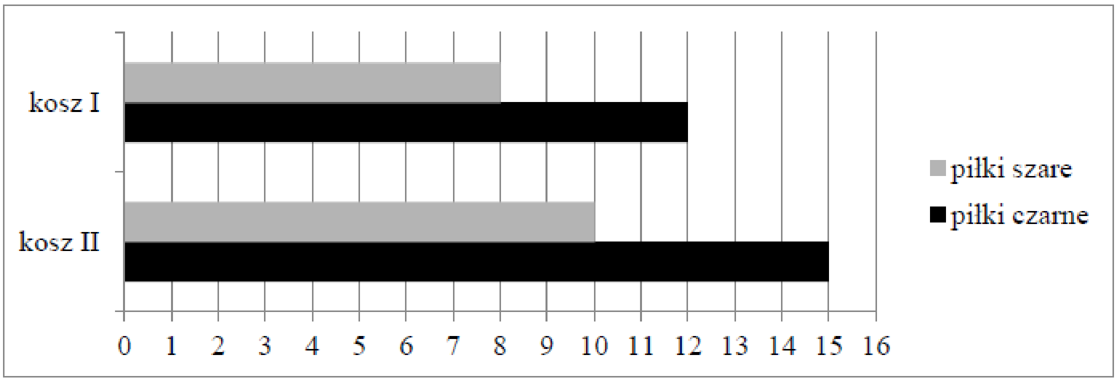
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Fragment wzoru złożony z 3 elementów ma długość

A. 15 cm **B.** 15,75 cm **C.** 16,5 cm **D.** 18 cm

Zadanie 11. (0–1)

Do dwóch koszy wrzucono piłki szare i czarne. Na diagramie przedstawiono liczbę piłek każdego koloru w I i w II koszu.



Czy wylosowanie piłki czarnej z kosza II jest bardziej prawdopodobne niż wylosowanie piłki czarnej z kosza I? Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

T	Tak,	ponieważ	**A.**	w koszu II jest więcej piłek czarnych niż w koszu I.
			B.	stosunek liczby piłek czarnych do liczby wszystkich piłek jest taki sam w obu koszach.
N	Nie,		**C.**	w koszu II jest o 3 piłki czarne więcej niż w koszu I, ale szarych – tylko o 2 więcej.

Zadanie 12. (0–1)

Uczniowie mieli wyznaczyć zmienną r ze wzoru $F = G \cdot \frac{mM}{r^2}$. W tabeli przedstawiono rezultaty pracy kilkorga z nich.

Uczeń	Agata	Bartek	Czarek	Dorota
Rezultat	$r = \frac{GmM}{2F}$	$r = \sqrt{\frac{GmM}{F}}$	$r = \frac{mM}{2FG}$	$r = \sqrt{\frac{F}{GmM}}$

Kto z uczniów poprawnie wyznaczył zmienną r? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. Agata **B.** Bartek **C.** Czarek **D.** Dorota

Zadanie 14. (0–1)

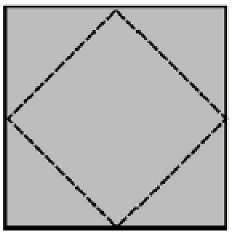
Dwie przecinające się proste utworzyły cztery kąty. Suma miar trzech z tych kątów jest równa 225°.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

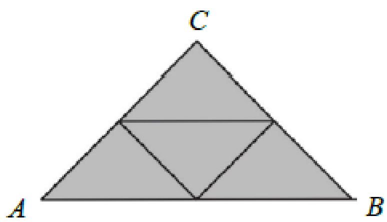
Suma miar kątów ostrych wyznaczonych przez te proste jest równa 90°.	**P**	**F**
Jeden z dwóch kątów przyległych jest trzy razy większy od drugiego kąta.	**P**	**F**

Zadanie 16. (0–1)

Z kwadratu odcięto trójkąty tak, że linie cięcia przeprowadzono przez środki boków tego kwadratu (rysunek I). Z odciętych trójkątów ułożono trójkąt ABC (rysunek II).



Rysunek I



Rysunek II

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trójkąt ABC jest prostokątny i równoramienny.	**P**	**F**
Pole trójkąta ABC jest połową pola kwadratu.	**P**	**F**

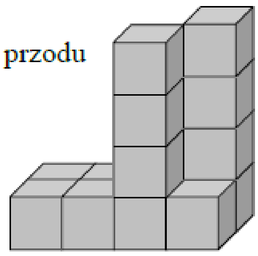
Zadanie 19. (0–1)
Do akwarium w kształcie prostopadłościanu o wymiarach 90 cm, 40 cm, 50 cm wlano 40 litrów wody.

Ile litrów wody należy jeszcze dolać do akwarium, aby sięgała ona do połowy jego wysokości? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

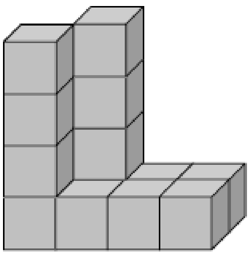
A. 50 **B.** 70 **C.** 90 **D.** 140

Zadanie 20. (0–1)
Jacek z 14 jednakowych sześciennych kostek skleił figurę, której widok z przodu i z tyłu przedstawiono na rysunkach.

widok z przodu



widok z tyłu



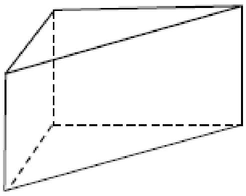
Całą figurę, również od spodu, Jacek pomalował.

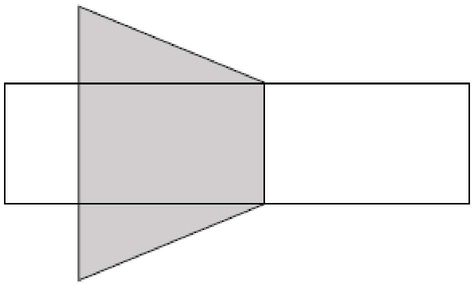
Ile sześciennych kostek ma pomalowane dokładnie 4 ściany? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 8 **B.** 7 **C.** 6 **D.** 5

Zadanie 22. (0–3)
Do przewiezienia 27 ton żwiru potrzeba 5 małych i 2 dużych ciężarówek albo 3 małych i 3 dużych ciężarówek (przy wykorzystaniu całkowitej ich ładowności). Ile co najmniej kursów musi wykonać jedna duża ciężarówka, aby przewieźć 27 ton żwiru? Zapisz obliczenia.

Zadanie 23. (0–4)
Na rysunku przedstawiono graniastosłup prosty o podstawie trójkąta prostokątnego i jego siatkę. Dwie dłuższe krawędzie podstawy graniastosłupa mają 12 cm i 13 cm długości, a pole zacieniowanej części siatki graniastosłupa jest równe 168 cm^2. Oblicz objętość tego graniastosłupa. Zapisz obliczenia.





Na podstawie komentarzy uczniów można stwierdzić, że najczęściej popełniany błąd był w zadaniu 21:

Zadanie 21. (0–2)
Zapisano trzy różne liczby, których średnia arytmetyczna jest równa 4, oraz dwie inne liczby, których średnia arytmetyczna jest równa 2. Uzasadnij, że średnia arytmetyczna zestawu tych pięciu liczb jest równa 3,2. Zapisz obliczenia.

Wielu uczniów błędnie uzasadniało tezę w zadaniu podstawiając wybrane liczby. Jednym z przykładowych poprawnych rozwiązań jest następująca metoda:

Rozw. Wiadomo z założenia, że $\frac{a+b+c}{3}=4$ oraz $\frac{d+e}{2}=2$, gdzie a,b,c,d,e są różnymi liczbami rzeczywistymi. Mnożąc obie strony 1-go równania przez 3 zaś 2-go przez 2 otrzymamy odpowiednio sumy tych liczb: a+b+c=12 oraz d+e=4. Wtedy możemy wykazać, że średnia arytmetyczna wszystkich pięciu liczb wynosi 3,2.

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=\frac{12+4}{5}=\frac{16}{5}=3\frac{1}{5}=3{,}2$, co kończy dowód.

Terminem ogłaszania wyników egzaminu gimnazjalnego jest **16 czerwca 2017 roku**. To właśnie wtedy uczniowie piszący egzaminy w kwietniu dowiedzą się jak im poszło (mamy nadzieję, że dobrze).

Co dalej po gimnazjum?

Wybrać możemy liceum ogólnokształcące, technikum lub szkołę zawodową. Decyzje z reguły zależą od zainteresowań absolwenta i jego oczekiwań. Jednakże trudno powiedzieć, żeby każdy szesnastolatek miał już plan swojej kariery i dokładnie wiedział, czego chce. Według badań, nasze oczekiwania kształtują się w wieku 15-17 lat, a umacniają dopiero w 21-ym roku życia.
Spora grupa uczniów z reguły nie myśli jeszcze o przyszłości i nie wie, co chce robić w życiu. Dla niej najlepszą propozycją jest liceum ogólnokształcące. Pozwoli na skrystalizowanie się naszych planów. Wybierając liceum szukajmy szkoły uznawanej w okolicy za dobre, z tradycjami. Wiadomo też, które licea specjalizują się w przygotowywaniu kandydatów na określone kierunki - ekonomię, medycynę, prawo itp. Informacje możemy zweryfikować, rozmawiając ze znajomymi, rodzicami, nauczycielami. Rankingi są modne, ale często pokazują tylko jedno oblicze szkoły. Ujęte są w nich np. dane dotyczące olimpijczyków. Tacy uczniowie to jednostki wybitne, które w każdej szkole - lepiej lub gorzej - dałyby sobie radę. Ważną wskazówką byłby raczej wskaźnik liczby uczniów, którzy zdają maturę i dostają się na studia w państwowych uczelniach. Chodzi o przeciętnego i może troszkę leniwego ucznia: jakie szanse jemu daje szkoła.
Przykładem takiej szkoły, która może spełnić Wasze oczekiwania jest **II Liceum Ogólnokształcące im. E. Plater** w Białej Podlaskiej. **Atuty**: Uczniowie odnoszą sukcesy w olimpiadach i konkursach przedmiotowych oraz zawodach sportowych. Wskaźnik zdawalności matury powyżej 99%. Ponad 90% absolwentów dostaje się corocznie na studia wyższe. Tytuł "Srebrnej Szkoły 2015" przyznany przez Fundację Edukacyjną "Perspektywy" w Ogólnopolskim Rankingu Liceów.

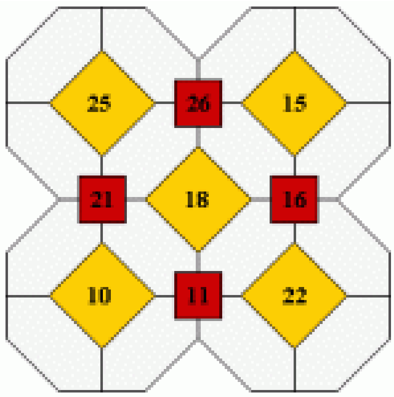
Czy warto rozwiązywać zagadki matematyczne?

Po raz kolejny podniesiono kwotę oferowaną za rozwiązanie problemu matematycznego zwanego Zagadnieniem Beala. Obecnie osoba, która udowodni jego słuszność, otrzyma aż milion dolarów.
Daniel Andrew Beal, miliarder z Teksasu, w 1993 roku wymyślił problem matematyczny brzmiący:
$A^x + B^y = C^z$. Przy czym równanie to mogą spełniać tylko takie liczby x, y i z, które są liczbami naturalnymi większymi od 2, a A, B i C muszą być liczbami naturalnymi mającymi wspólny czynnik pierwszy – liczbę pierwszą, przez którą można podzielić daną liczbę. Przykładem, który wpisuje się w to zagadnienie jest równanie $3^3 + 6^3 = 3^5$. A, B i C, czyli w tym przypadku kolejno 3, 6 i 3, mają wspólny czynnik pierwszy równy 3 (wszystkie liczby dzielą się przez 3, która jest liczba pierwszą). Natomiast x, y i z, czyli w tym przypadku 3, 3 i 5, to liczby naturalne większe od 2. Jak więc widać zagadnienie wymyślone przez Beala sprawdza się w praktyce, jednak jak dotąd nikomu nie udało się przeprowadzić dowodu na to, że teoria jest prawdziwa dla wszystkich możliwych liczb, które spełniają założenia twierdzenia. Nagrodę pieniężną miliarder proponuje zarówno za przeprowadzenie dowodu matematycznego na słuszność jego hipotezy, jak również za znalezienie przypadku, w którym twierdzenie zawodzi, czyli liczb nie spełniających warunków postanowionych przez Beala, ale jednocześnie spełniających równanie. Teksańczyk początkowo (w 1997 roku) zaoferował nagrodę w wysokości 5 tys. dolarów, dla osoby, która jako pierwsza przeprowadzi dowód jego twierdzenia. Niestety nikt się nie zgłosił. Dlatego w trzy lata później Beal podwyższył oferowane wynagrodzenie do 100 tys. dolarów. Do dzisiaj jednak nikt nie zaprezentował rozwiązania. Być może dlatego, że istnieje lista siedmiu problemów milenijnych, za udowodnienie których nagroda wynosi aż milion dolarów, nikt nie zainteresował się zagadnieniem Beala. Miliarder jednak w 2013 roku postanowił podnieść swoją ofertę i również zaproponował milion dolarów za rozwiązanie jego problemu. Aby otrzymać nagrodę należy opublikować swoje wyliczenia. Następnie, jeśli przeprowadziliśmy dowód prawdziwości twierdzenia, nasza praca przez okres dwóch lat będzie analizowana przez światowej sławy matematyków. Natomiast, jeśli wykazaliśmy przypadek, w którym hipoteza Beala się nie sprawdza, czas sprawdzania poprawności naszej publikacji może być krótszy. Gdy nikt nie znajdzie błędów w wyliczeniach, publikacja zostanie przekazana do American Mathematical Society (AMS), która ją przeanalizuje i ostatecznie przyzna nagrodę wybranemu zwycięzcy.
Bealowi nie będzie żal wypłacić takiej fortuny dla zwycięzcy. Jak twierdzi, chodzi mu o zachęcenie młodych ludzi do uczenia się matematyki.

Nie możesz zasnąć albo się nudzisz! Rozwiąż k r z y ż ó w k ę l i c z b o w ą !

W puste pola (sześciokąty) wpisz liczby od 1 do 8, tak aby spełnione były następujące warunki:

- każda liczba powtarza się dwa razy,
- liczby leżące wokół jednego kwadratu (dużego i małego) są różne
- suma czterech liczb wokół każdego pomarańczowego kwadratu (większego) jest równa liczbie znajdującej się w tym kwadracie,
- suma czterech liczb wokół każdego czerwonego kwadratu (mniejszego) jest równa liczbie znajdującej się w tym kwadracie.



Paradoks matematyczny: Czy 10 równa się 11?

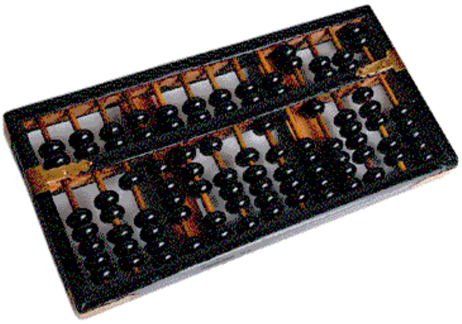
Poniżej postaram się dowieść, że $10 = 11$. Ciekawe, czy mi uwierzycie?
Załóżmy, niech $a + b = c$. Wtedy, dodajmy obustronnie $+10a$, czyli: $11a + b = c + 10a$
Następnie dodajmy obustronnie $+10b$. Dostaniemy:
$11a + 11b = c + 10a + 10b$ Teraz odejmijmy obustronnie $-11c$. Stąd: $11a + 11b – 11c = 10a + 10b -10c$
Wyłączmy przed nawias po obu stronach równania wspólny czynnik. Wtedy:
$11 (a + b – c) = 10 (a + b – c)$
Podzielmy równanie obustronnie przez wyrażenie $(a + b – c)$. Dostaniemy: $11 = 10$

I co? Czyżby dorobek matematyki legł w gruzach? Gdzie jest błąd?

Jak liczono dawniej

Początków powstania maszyn liczących można doszukać się w zamierzchłej przeszłości, kiedy to człowiek dochodził umiejętności liczenia dokonując pomiaru i podziału swoich zapasów. Z czasem nauczył się wykorzystywać do tego celu palce, a potem używać innych pomocy np. kamyków, muszelek itp. Ludzie pierwotni używali zazwyczaj prostej arytmetyki ograniczonej do dodawania małych liczb naturalnych, chociażby do określania liczebności stada, na które polowali. Wszyskie inne operacje były dla przeciętnego człowieka nieosiągalne. Nawet społeczeństwa bardziej rozwinięte często ograniczały swoją wiedzę arytmetyczną tylko do dodawania liczb naturalnych, tj. do tych operacji, które były potrzebne przy liczeniu podatków, niewolników lub pewnych przedmiotów czy płaceniu żołdu. W miarę rozwoju społecznego rozszerzeniu ulegał zakres stosowanych wielkości liczbowych, tworzono i doskonalono systemy liczenia. Pojawiła się więc konieczność stworzenia czegoś, co ułatwiłoby człowiekowi czynność liczenia - powstały pierwsze **urządzenia liczące** .

Soroban. W średniowieczu **liczydła** przeżywały swój renesans. Wtedy to powstał japoński **soroban**. Jest on do dziś jeszcze dość powszechnie stosowanym liczydłem w Japonii. Jego obsługi, w tym także wykonywania na nim czterech podstawowych działań arytmetycznych, nadal uczą się japońskie dzieci w szkole podstawowej.



cIeKAwoStKi maTeMatYcZnE

Piramida Cheopsa

Piramida Cheopsa jest największym na świecie ostrosłupem prawidłowym czworokątnym. Ma 146m wysokości, a krawędź jej podstawy wynosi 230m. Na zbudowanie tej piramidy zużyto 2 300 000 bloków granitowych o ciężarze od 2,5 t do 15t. Gdyby z tego materiału zbudować mur o wysokości 3m i grubości 25cm to opasałby on całą Polskę. W piramidzie Cheopsa stosunek sumy dwóch boków podstawy do wysokości wynosi 3,1416, czyli przybliżenie pi z dokładnością czterech miejsc po przecinku.

Dziura budżetowa

Matematyka znalazła przyczynę współczesnych problemów gospodarczych, dziury budżetowej, bezrobocia. Winny jest Bolesław Chrobry, gdyż gdyby w roku 1000 złożył w banku chociaż jeden grosz przy oprocentowaniu 4% rocznie i przy corocznym doliczaniu odsetek, w roku 2000 mielibyśmy w kasie państwa dodatkowe 1 071 500 000 000 000 zł, czyli ponad milion miliardów złotych.

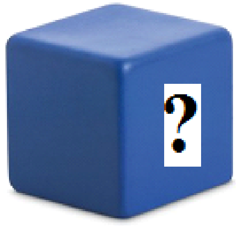
Ciekawe przypadki działań matematycznych

1 x 1 = 1
11 x 11 = 121
111 x 111 = 12321
1111 x 1111 = 1234321
11111 x 11111 = 123454321
111111 x 111111 = 12345654321
1111111 x 1111111 = 1234567654321
11111111 x 11111111 = 123456787654321
111111111 x 111111111=12345678987654321

Konkurs matematyczny na łamach Extra Matma-etap 5

Przypominamy, że na łamach naszej gazetki cały rok trwał konkurs matematyczny. Na rozwiązania ostatniego etapu i ewentualnie wszystkich wcześniejszych czekamy do 9 czerwca.
Łączna ilość uzyskanych punktów decyduje o zajętym miejscu i nagrodzie na koniec roku szkolnego.

Zadanie 1:



Na każdej ścianie sześciennej kostki napisano liczbę, przy czym sumy liczb na przeciwległych ścianach są równe. Pięć spośród tych liczb to: 5, 6, 9, 11 i 14. Wyznacz szóstą liczbę.

Zadanie 2:

Król i jego świta podróżują z zamku do odległego letniego pałacu. Idą ze średnią prędkością 5 km/h. Co godzinę król wysyła posłańca z powrotem do zamku. Każdy posłaniec wraca tam z prędkością 10 km/h. Co ile minut do zamku przybywa posłaniec?

Zadanie 3:

W koszyku jest 12 kulek w czterech różnych kolorach: białym, zielonym, czerwonym i niebieskim. Kulek białych i zielonych razem jest tyle samo kulek czerwonych i niebieskich. Kulek białych jest o dwie więcej niż zielonych, a czerwonych jest o jedną mniej niż białych. Ile kulek niebieskich jest w tym koszyku?

Wszystkim naszym czytelnikom życzymy udanych wakacji.