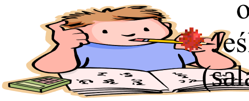
Extra Matma

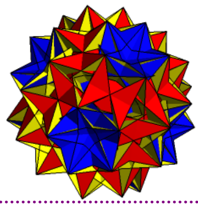
Gazetka Matematyczna Publicznego Gimnazjum nr 3 nr 2: XI-XII 2018r

Ciekawe, co to za figura?

Witamy serdecznie wszystkich naszych czytelników. Kolegom i koleżankom z klas V,VI, VII i VIII podpowiadamy, że na łamach gazetki prowadzony jest konkurs matematyczny (zestaw zadań na ostatniej stronie).



- Uczniom klas trzecich przypominamy o próbnym egzaminie gimnazjalnym z matematyki, który odbędzie się na początku grudnia.
- Jeśli chciałbyś zostać redaktorem naszej gazetki- zgłoś się do p. Z. Szubarczyka (sala nr 126)



Myśl miesiąca

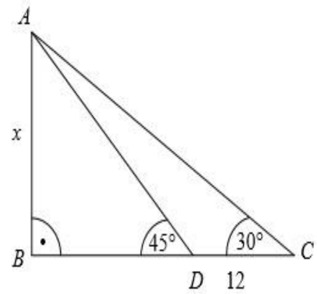
"Oprócz matematyki nie istnieje żadna niezawodna wiedza z wyjątkiem tej, która wywodzi się z matematyki."

ROBERT REKORD

HUMOR

W szkole na matematyce pani pyta Jasia:
-Jasiu co to jest kąt??
Jasio na to:
-Kąt to najbrudniejsza część mojego pokoju.

Zależności między bokami w trójkątach ekierkach



Często na lekcjach matematyki w zadaniach z geometrii występują zależności między bokami w trójkącie prostokątnym o kątach ostrych 30^o i 60^o lub 45^o i 45^o. Warto zapamiętać te zależności.

W trójkącie prostokątnym równoramiennym:

- obie przyprostokątne mają taką samą długość
- jeśli znasz przyprostokątną, to przeciwprostokątną obliczysz mnożąc przyprostokątną przez $\sqrt{2}$
- jeśli znasz przeciwprostokątną, to przyprostokątną obliczysz dzieląc przeciwprostokątną przez $\sqrt{2}$

Komunikaty

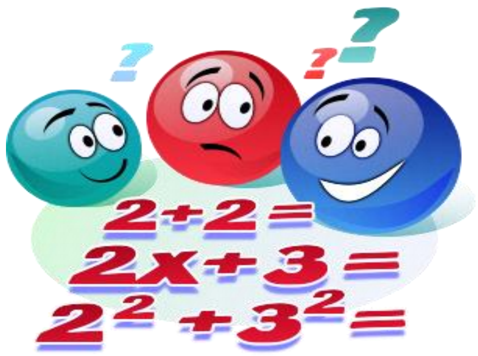
W trójkącie prostokątnym z kątami 30° i 60° :

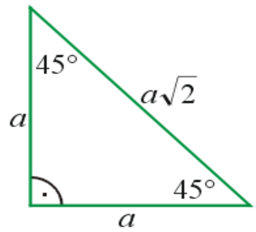
- naprzeciw kąta 30° leży krótsza przyprostokątna
- przeciwprostokątna jest dwa razy dłuższa od krótszej przyprostokątnej
- jeśli znasz krótszą przyprostokątną, to dłuższą obliczysz mnożąc krótszą przez $\sqrt{3}$
- jeśli znasz dłuższą przyprostokątną, to krótszą obliczysz dzieląc dłuższą przez $\sqrt{3}$

Sprawdź czy potrafisz:

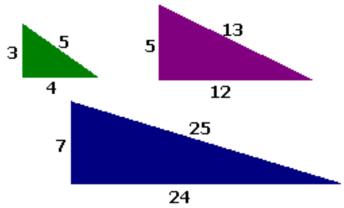
Oblicz długość odcinka x

na podstawie rysunku:





Niektóre trójkąty



Trójkąt pitagorejski Trójkąt pitagorejski to trójkąt prostokątny, którego długości boków są wyrażone liczbami naturalnymi. Przykłady trójkątów pitagorejskich: (3,4,5), (5,12,13), (7,24,25).

Trójkąt Egipski Trójkąt o bokach 3, 4, 5 to jedyny trójkąt prostokątny, którego długości boków są kolejnymi liczbami naturalnymi. Nazywa się go **trójkątem egipskim**, ponieważ był używany przez Egipcjan do wyznaczania kąta prostego w terenie.

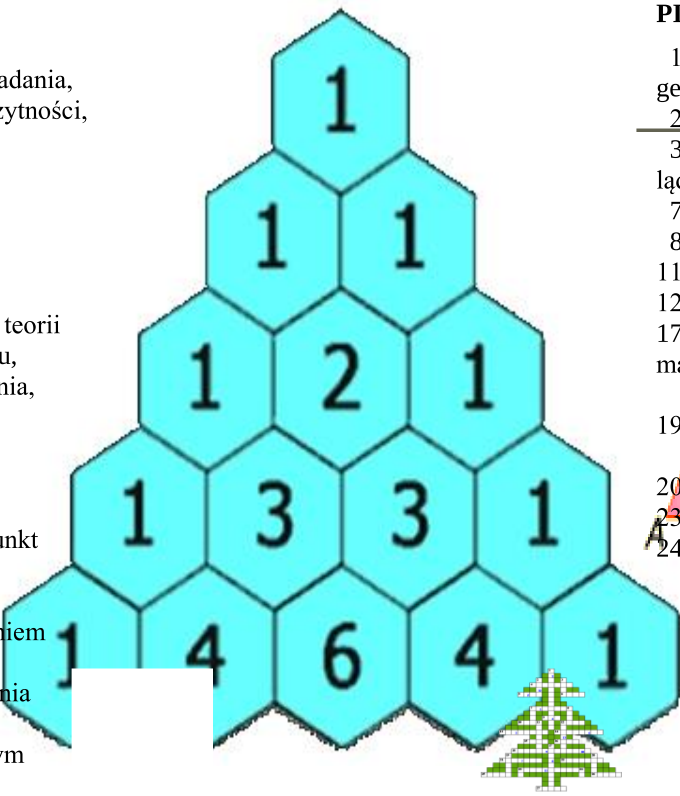
Trójkąt Pascala

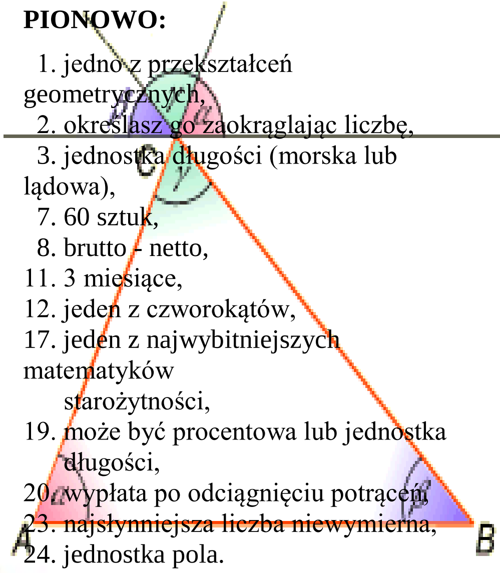
Trójkąt Pascala to trójkątna tablica, której pierwszy wiersz stanowi liczba 1, a każdy następny powstaje w ten sposób, że pod każdymi dwoma sąsiednimi wyrazami poprzedniego wiersza wpisuje się ich sumę, a na początku i na końcu każdego nowego wiersza dopisuje się jedynki. Liczby widniejące w n+1 wierszu trójkąta są współczynnikami rozwinięcia n-tej potęgi dwumianu. W czwartym wierszu, na przykład, stoją: 1, 3, 3, 1, a trzecia potęga, czyli sześcian dwumianu, dany jest wzorem: $\mathbf{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$. Czy potrafisz rozpisać: $(a+b)^4=$

Lubisz krzyżówki! Zmierz się z krzyżówką matematyczną !!!

POZIOMO:

4. liczba, którą mnożymy,
5. często popełniasz go rozwiązując zadania,
6. rodzaj liczydła używanego w starożytności,
7. romb, który ma przekątne równej długości
9. część łamanej,
10. może być dodatni lub ujemny,
12. wypisujesz je rozwiązując zadanie z treścią,
13. pewnik; twierdzenie, które w danej teorii naukowej przyjmujemy bez dowodu,
14. dokładny opis rozwiązywania zadania, problemu,
15. jednostka pojemności,
16. 24 godziny,
18. okręgi, które mają wspólny środek,
21. prosta, która ma dokładnie jeden punkt wspólny z okręgiem,
22. ma dwa końce,
23. dział geometrii zajmujący się badaniem własności figur płaskich,
25. umowny znak służący do zapisywania liczb,
26. występuje w rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym ułamka zwykłego,
27. zbiór, do którego nie należy żaden element.





PIONOWO:

1. jedno z przekształceń geometrycznych,
2. określasz go zaokrąglając liczbę,
3. jednostka długości (morska lub lądowa),
7. 60 sztuk,
8. brutto - netto,
11. 3 miesiące,
12. jeden z czworokątów,
17. jeden z najwybitniejszych matematyków starożytności,
19. może być procentowa lub jednostka długości,
20. wypłata po odciągnięciu potrąceń,
23. najsłynniejsza liczba niewymierna,
24. jednostka pola.

Mamy nadzieję, że po rozwiązaniu tej „świątecznej" krzyżówki św. Mikołaj nie zapomni o Was i coś pod choinką zostawi.

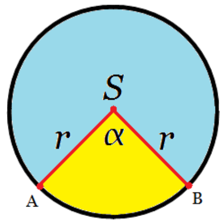
Suma miar kątów wewnętrznych w trójkącie wynosi 180°.

Dowód:

Prze wierzchołek C trójkąta ABC prowadzimy prostą równoległą do boku AB. Na podstawie rys. bardzo szybko można zauważyć, że kąty wewnętrzne trójkąta α i β ustawione obok kąta γ są przyległe i w sumie tworzą kąt półpełny.

Zatem suma kątów wewnętrznych każdego trójkąta wynosi **180^0**.

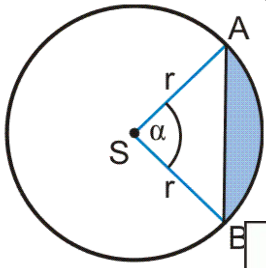
Części koła



Uczniowie klas drugich na lekcjach matematyki zmagają się z długością łuku okręgu oraz polem powierzchni części koła. Przypomnijmy w skrócie najważniejsze wzory i nazewnictwo:

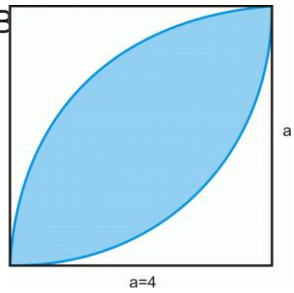
Łuk okręgu – część okręgu wyznaczona przez ramiona kąta środkowego tego okręgu.
Długość łuku wyznaczonego przez kąt środkowy o mierze α w okręgu o promieniu r obliczamy wg. wzoru:

$$l = \frac{\alpha}{360^o} \cdot 2\pi r$$



Wycinek kołowy – część koła ograniczona okręgiem (łukiem) i ramionami kąta środkowego. Pole wycinka kołowego wyznaczonego przez kąt środkowy o mierze α w kole o promieniu r obliczamy wg.

wzoru: $P_w = \frac{\alpha}{360^o} \cdot \pi r^2$

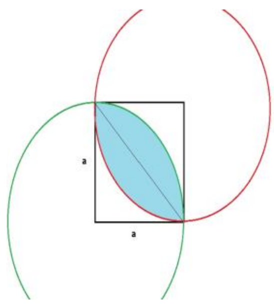


Odcinek koła – część koła ograniczona cięciwą wyznaczającą kąt środkowy oraz łukiem okręgu ograniczonym przez ramiona tego kąta.

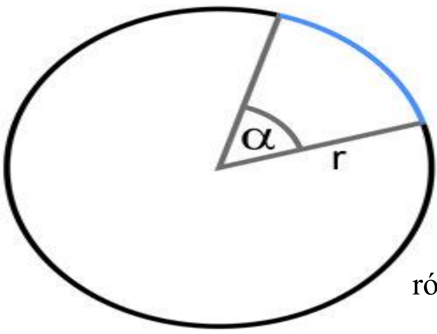
Pole odcinka kołowego jest równe różnicy pól: pola wycinka i pola trójkąta ABS.

$$P_f = P_w - P_\Delta$$

Ciekawe zadanie: Oblicz pole figury zacieniowanej (rys)



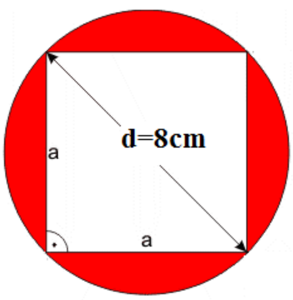
Rozwiązanie:

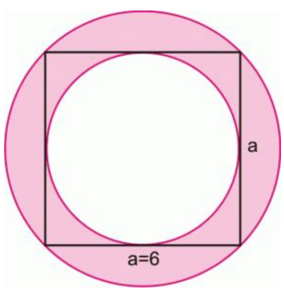


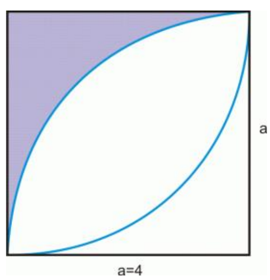
Łatwo zauważyć, że otrzymana figura jest częścią wspólną dwóch kół o środkach w przeciwległych wierzchołkach kwadratu o boku a i promieniach równych r=a. Rysując przekątną kwadratu mamy podział tej figury na dwie części, które są przystającymi odcinkami kół. Wystarczy, że obliczymy pole jednego z odcinków koła i pomnożymy przez 2.

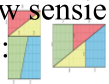
$$P_f = 2 \cdot P_{odc} = 2 \cdot (P_w - P_\Delta) = 2 \cdot \left(\frac{90^o}{360^o} \cdot \pi \cdot 4^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot 16\pi - 8 \right) = 2 \cdot (4\pi - 8) = 8(\pi - 2) cm^2$$

Jeśli nie możesz zasnąć zapraszam do obliczenia pól figur zacieniowanych na poniższych rysunkach:







Nieskończoność to byt nieograniczony, bez końców (w sensie wielkości bądź ilości). Przyjęło się oznaczać ją symbolem przewróconej ósemki: 

Nieskończoność w świecie fizycznym

Jednym z podstawowych pytań związanych z nieskończonością jest to, czy Wszechświat jest nieskończony. Według szacunków astrofizyków liczba atomów we Wszechświecie powstałym w wyniku Wielkiego Wybuchu jest mniejsza niż 1081. Nie jest jednak wykluczone istnienie nieskończenie wielu takich wszechświatów. Osobną kwestią jest istnienie nieskończoności w mikroskali. Nasuwa się tu pytanie, czy materię można dzielić w nieskończoność na coraz drobniejsze części.

Można też pytać, czy czas jest nieskończony i to znowu w dwóch sensach: czy Wszechświat kiedyś się skończy oraz czy pomiędzy każdymi dwoma chwilami istnieje jakaś chwila. W tym drugim przypadku, jeśli nawet odpowiedź jest pozytywna, to wiemy, że nigdy nie będziemy mogli zmierzyć odcinków czasowych krótszych niż czas Plancka. Podobne pytania można zadawać na temat przestrzeni.

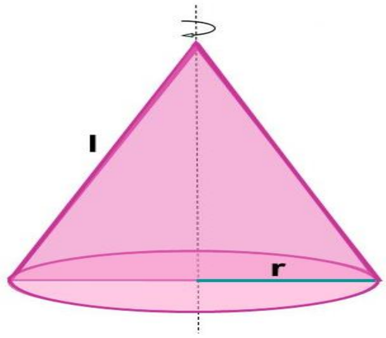
Przekroje stożka

Pytanie: Czy rozwinięcie dziesiętne ułamka $\frac{3}{11}$ jest skończone? Czy rozwinięcie dziesiętne liczby π jest skończone?

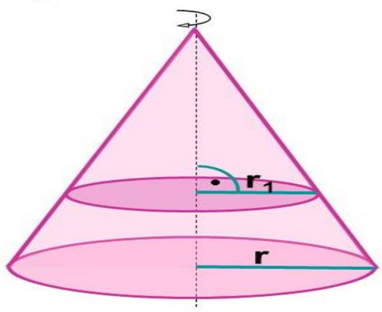
Paradoks matematyczny: **Czy prawdą jest, że 8·8=64? A może 8·8=65?**

Dowód geometryczny: Kwadrat o boku 8 jednostek dzielimy na 4 figury: dwa przystające trapezy prostokątne oraz dwa przystające trójkąty prostokątne. Z otrzymanych figur składamy nową figurę (prostokąt) o bokach 5x13 (tak jak na rys.). Jeśli niczego nie zgubiliśmy to pole kwadratu powinno być równe polu otrzymanego prostokąta czyli $P_{kwadratu}=8\cdot8=64$ zaś $P_{prostokąta}=8\cdot13=65$. Z tego wniosek, że **8·8=65.** Oczywiście **nie** jest to prawdą. Wobec tego, gdzie jest „haczyk”?

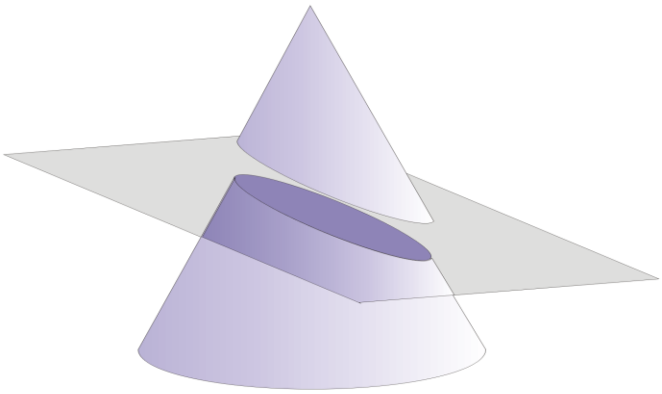
Wyjaśnienie paradoksu matematycznego w dalszej części gazetki.



Przekrój osiowy st
trójkątem równora



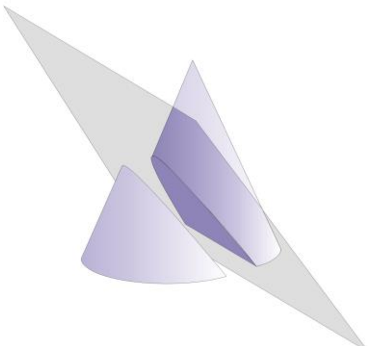
Przekrój stożka – elipsa

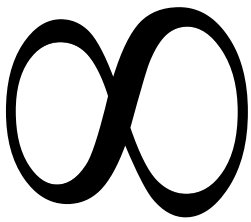


Uczniowie klas trzecich na lekcjach matematyki zastanawiają się nad pytaniem: jaką figurą może być przekrój stożka? Typowe przykłady przekrojów stożka, które są rozpatrywane w zadaniach to przekrój osiowy i poprzeczny. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym o bokach: l,2r,l. W szczególnym przypadku przekrój osiowy może być trójkątem równobocznym lub trójkątem prostokątnym. Przekrój poprzeczny stożka jest zawsze kołem, którego promień zmniejsza się, gdy płaszczyzna przecinająca stożek oddala się od podstawy stożka.

Inne przekroje stożka na rys.

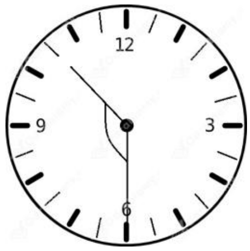
Przekrój stożka – parabola





Miara kąta między wskazówkami zegara

Na lekcjach geometrii zastanawiamy się nad problemem: jak obliczyć miarę kąta wypukłego oraz wklęsłego, jaki tworzą ze sobą wskazówki godzinowa (grubsza i krótsza) z minutową (cieńsza i dłuższa). Większość zauważa zależność: 1h odpowiada kąt o mierze 30^o ($360^o:12=30^o$).



Przykładowo, jeśli chcemy obliczyć miarę kąta wypukłego pomiędzy wskazówkami zegara o godz. 16^{oo}, wystarczy wykonać działanie: $4\cdot30^o=120^o$ (rys). Wtedy miara kąta wklęsłego wynosi: $360^o-120^o=240^o$.

W innym przypadku, jeśli zegar wskazuje godzinę 10^{30} wystarczy wykonać działanie:

$5\cdot30^o-0{,}5\cdot30^o=135^o$. Wtedy miara kąta wklęsłego wynosi 360^o - $135^o=225^o$.

W sytuacjach bardziej skomplikowanych wygodniej jest posługiwać się „równaniem zegara”. Zauważmy zależności:

Duża wskazówka („minutowa”) robi pełen obrót w ciągu jednej godziny, więc jej prędkość wynosi: $\frac{360^\circ}{60\,min}=\frac{6^\circ}{min}$

Mała wskazówka („godzinowa”) robi pełen obrót w ciągu 12 godzin, więc jej prędkość wynosi: $\frac{360^\circ}{12\,godz}=\frac{30^\circ}{godz}$

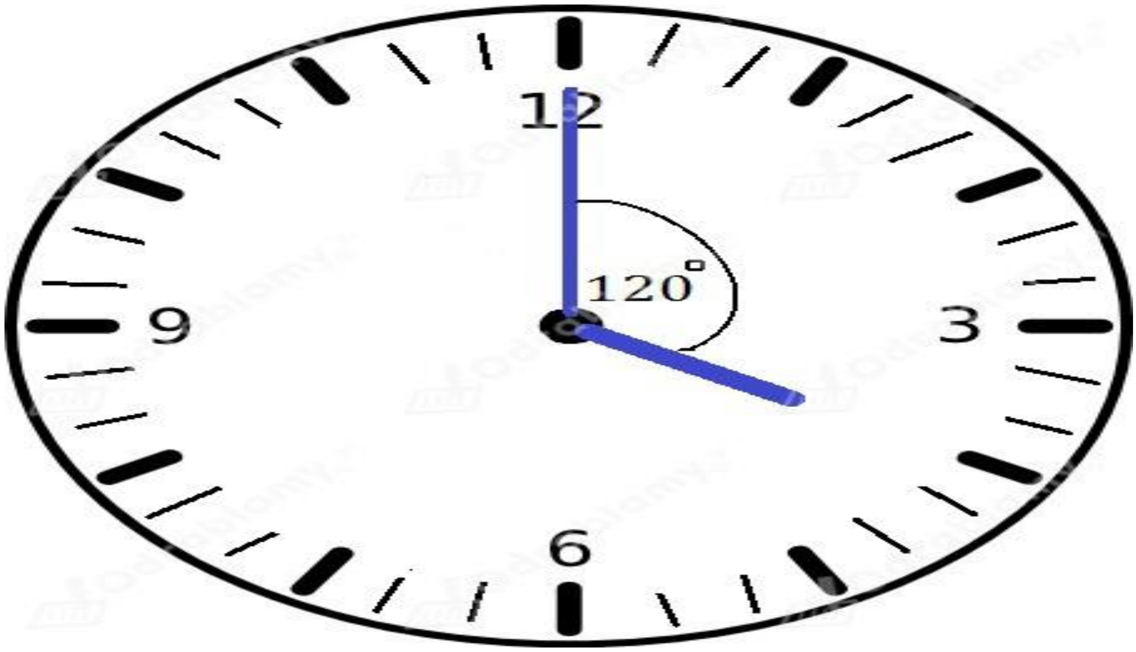
Duża wskazówka z godziną 12:00 tworzy kąt: $\alpha_1=6^\circ\cdot m$

Mała wskazówka z godziną 12:00 tworzy kąt: $\alpha_2=30^\circ\cdot\left(g+\frac{m}{60}\right)$

Tak więc wskazówki zegara o godzinie g minut m tworzą kąt:

$$\alpha=\alpha_1-\alpha_2=\frac{11^\circ}{2}\cdot m-30^\circ\cdot g$$

g - godziny m - minuty np. gdy jest godzina 10:30 g = 10, m = 30

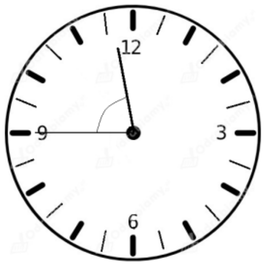


Ze wzoru wynikają następujące zależności:
Kąt jest: dodatni, gdy duża wskazówka wyprzedza małą, ujemny, gdy mała wskazówka wyprzedza dużą, zerowy, gdy wskazówki pokrywają się.

Wykorzystajmy więc poznany wzór w praktyce i obliczmy, jaki kąt utworzą wskazówki o godzinie 11:45.

Jeżeli nasza godzina to 11:45, oznacza to, że m = 45, g = 11
Podstawiając te wielkości do wzoru i po wykonaniu obliczeń otrzymujemy:

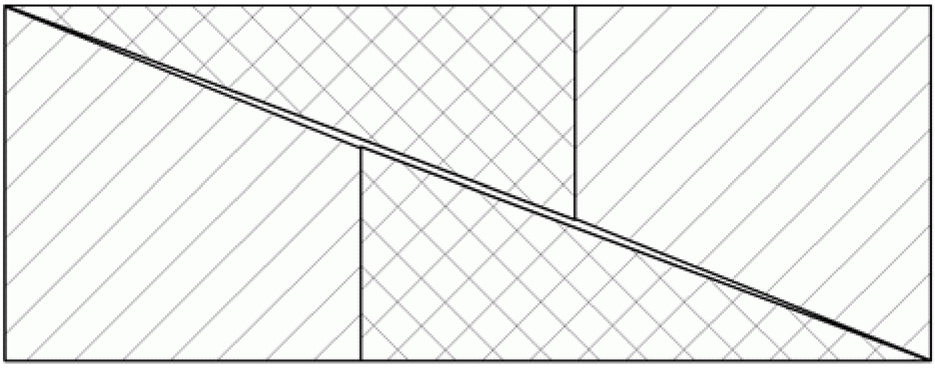
$$\alpha=\frac{11^o}{2}\cdot45-30^o\cdot11=247{,}5^o-330^o=-82{,}5^o$$



Z tego wynika, że kąt pomiędzy wskazówkami wynosi $82{,}5^o$ i mała wskazówka (czyli godzinowa) wyprzedza dużą wskazówkę (minutową).

Czy prawdą jest, że $8 \cdot 8 = 64$? A może $8 \cdot 8 = 65$?

Odnosząc się do podanego wcześniej paradoksu matematycznego, należy zwrócić uwagę na fakt, że części składowe podzielonego kwadratu nie do końca utworzą idealny prostokąt. Pomiędzy figurami powstanie mała luka, która spowoduje różnicę pola kwadratu i prostokąta o 1 jednostkę kwadratową (rys).



Konkurs matematyczny

na łamach Extra Matma-etap 2

Przypominamy, że na łamach naszej gazetki cały rok będzie trwać konkurs matematyczny. W każdym numerze znajdziecie 3 zadania, których rozwiązania wraz z podanym nazwiskiem i klasą wrzucamy do skrzynki kontaktowej (obok gabloty matematycznej- dolny korytarz). Łączna ilość uzyskanych punktów decyduje o zajętym miejscu na koniec roku szkolnego.

Zadanie 1:

Jeden bok prostokąta zwiększono o 10%, a drugi zmniejszono o 10%. Czy pole tego prostokąta uległo zmianie? Jeżeli tak, to o ile procent?

Zadanie 2:

Uczeń pomyślał pewną liczbę. Następnie dodał do niej 5, otrzymaną sumę podzielił przez 3, a otrzymany iloraz pomnożył przez 4. Potem od ostatniego wyniku odjął 6 . Gdy tę różnicę podzielił przez 7, otrzymał liczbę 2. Jaką liczbę pomyślał?

Zadanie 3:

Pociąg o długości 300 metrów wjeżdża do tunelu z prędkością 72 km/h. Upływa 50 sekund od momentu, gdy lokomotywa wjechała do momentu, gdy ostatni wagon opuścił tunel. Ile metrów długości ma tunel? Ile sekund jedzie maszynista przez tunel?